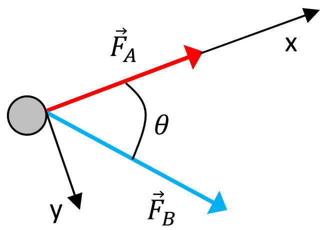


EP4.5 A Figura ao lado ilustra uma visão de cima, mostrando o plano horizontal das forças. Já adotamos um referencial com eixo x ao longo da força $\vec{F}_A$ do cachorro A. Nesse referencial obtemos:

$$\vec{F}_A = F_A\,\hat{x} \quad (F_A = 270\ N)$$

$$\vec{F}_B = F_B\cos(\theta)\ \hat{x} + F_B\,\mathrm{sen}(\theta)\ \hat{y} \quad (F_B = 300\ N\ e\ \theta = 60°)$$

A força resultante $\vec{R}$ dessas duas forças é:

$$\vec{R} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = (F_A + F_B\cos(\theta))\hat{x} + F_B\,\mathrm{sen}(\theta)\ \hat{y}$$

O módulo da resultante é:

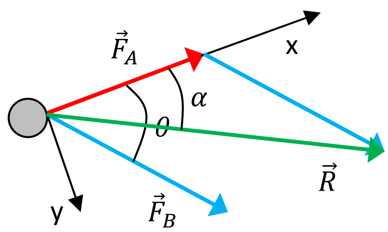
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(F_A + F_B\cos(\theta))^2 + (F_B\,\mathrm{sen}(\theta))^2}$$

Com os dados numéricos obtemos: $R \cong 494\ N$.

O vetor $\vec{R}$ faz com o eixo x um ângulo α tal que:

$$\tan(\alpha) = \frac{R_y}{R_x}$$

Obtemos: $\alpha \cong 31{,}7°$. A Figura ao lado ilustra a seta de $\vec{R}$, de acordo com a regra do paralelogramo. Note que o ângulo α é o ângulo da seta de $\vec{R}$ com o eixo x e também com a corda do cachorro A, graças à nossa escolha conveniente de referencial.



EP4.10 A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = m\,\vec{a}$. Portanto, forças constantes produzem um movimento com aceleração constante. Da cinemática:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\,t + \vec{a}\,t^2/2$$

Adotando um eixo x ao longo do movimento horizontal do bloco, essa equação vetorial se torna:

$$x(t) = x_0 + v_0\,t + a\,t^2/2$$

Se o bloco parte do repouso ($v_0 = 0$) e se desloca uma distância Δ em um tempo τ, segue que sua aceleração ao longo de x é:

$$x(t=\tau) - x_0 = \Delta = a\frac{\tau^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2\,\Delta}{\tau^2}$$

Com os dados numéricos ($\Delta = 11\ m$ e $\tau = 5\ s$) obtemos: $a = 22/25 = 0{,}88\ m/s^2$.

Na ausência de atrito, a única força no bloco (ao longo de x) é a aplicada pelo portuário: $\vec{R} = \vec{F}$. Portanto:

$$\vec{R} = m\,\vec{a} \Rightarrow F = m\,a \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{F\,\tau^2}{2\,\Delta}$$

Com os dados numéricos ($F = 80{,}0\ N$) obtemos: $m \cong 90{,}9\ kg$.

b) Se param de empurrar, o bloco passa a se mover em MRU ao longo de x, com a velocidade v que ele adquiriu após o tempo τ considerado anteriormente: $v = v(t = \tau)$. Da cinemática, durante o tempo τ em que era empurrado, a velocidade do bloco cresceu de acordo com:

$$v(t) = v_0 + a\,t = a\,t$$

Portanto, no tempo $t = \tau$ o bloco estará com a velocidade: $v = v(t = \tau) = a\,\tau = 2\Delta/\tau$. Após τ o bloco é largado e se desloca em MRU de acordo com:

$$x(t) = x_0 + v\,t \Rightarrow x(t) - x_0 = \Delta x = v\,t$$

Portanto, após mais um intervalo de tempo τ o bloco terá se movido a distância:

$$\Delta x = v\,\tau = \frac{2\Delta}{\tau}\tau = 2\Delta$$

Concluindo: no primeiro intervalo de tempo τ, em que está sendo empurrado, o bloco se desloca por uma distância Δ. Na sequência, após ser abandonado em MRU, no segundo intervalo de tempo τ, o bloco se desloca por uma distância 2Δ. No total, nesse tempo 2τ, o bloco se desloca por uma distância 3Δ.

EP4.19 Se a melancia tem um peso P_T na superfície da Terra, segue que sua massa é:

$$P_T = M\,g_T \Rightarrow M = \frac{P_T}{g_T}$$

sendo g_T o módulo da aceleração da gravidade na superfície da Terra ($g_T \cong 9{,}8\;m/s^2$ em média).

A massa M de um corpo é uma propriedade intrínseca dele, definida basicamente pela composição e pela quantidade de matéria que compõe esse corpo (basicamente a quantidade de prótons, nêutrons e elétrons). Obtemos $M \cong 4{,}49\;kg$.

b) Portanto, a massa da melancia levada até Io continua sendo M, pois trata-se da mesma composição e mesma quantidade de matéria. Quanto ao peso, que é a força da gravidade, em Io ele será diferente:

$$P_I = M\,g_I$$

sendo g_I o módulo da aceleração da gravidade na superfície da lua Io ($g_I \cong 1{,}81\;m/s^2$ em média). Em Io a melancia será bem mais leve. Obtemos $M \cong 4{,}49\;kg$ e $P_I \cong 8{,}13\;N$.

EP4.21 A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = m\,\vec{a}$. Portanto, forças constantes produzem um movimento com aceleração constante. Adotando um eixo x ao longo do movimento horizontal da velocista, essa equação vetorial se torna:

$$R_x = m\,a_x$$

Havendo somente uma força $\vec{F} = F\,\hat{x}$ atuando na velocista ao longo de x, podemos escrever: $F = m\,a_x$. Portanto, para produzir uma aceleração a_x, deve atuar na velocista uma força de módulo: $F = m\,a_x$.

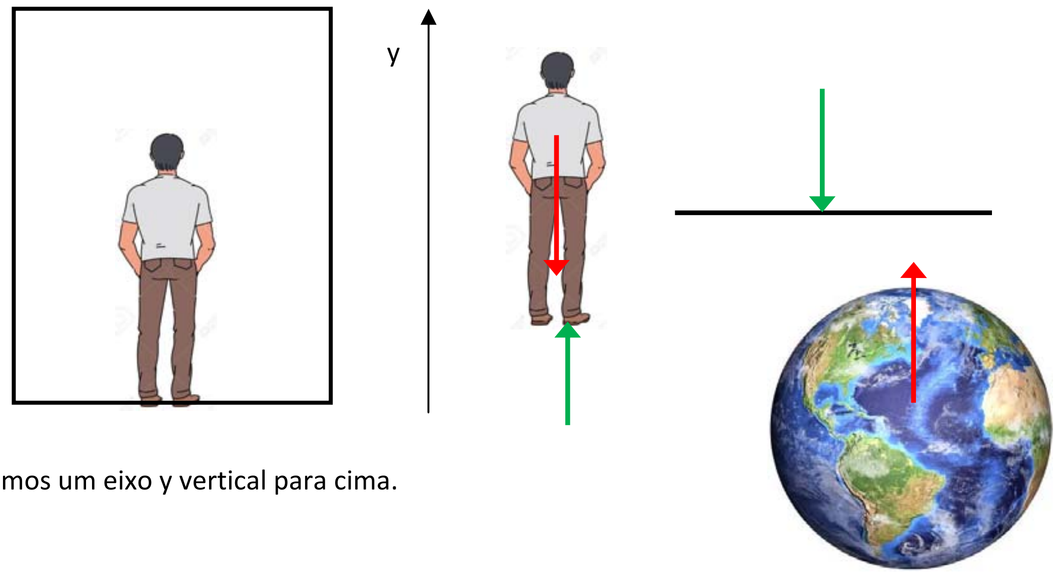
A velocista deve empurrar (ação) o bloco fixo no chão com uma força horizontal para trás, $-\vec{F} = -F\,\hat{x}$, de tal forma que esse bloco fixo empurre (reação) a velocista para frente com uma força $\vec{F} = F\,\hat{x}$.

Com os dados numéricos obtemos: $F = 825\ N$.

A imagem ao lado ilustra essa interação velocista/bloco fixo. Imagine que na largada a velocista empurra o bloco para trás, tanto na horizontal quanto na vertical: com uma força oblíqua. A força vertical empurra o bloco contra o piso, que responde com uma força normal $\vec{\eta}$ e não deixa o bloco afundar no chão. A força horizontal empurra o bloco fixo para trás e o bloco empurra a velocista para frente.

Vemos que há, portanto, a interação entre três corpos. A velocista interage com o bloco fixo e o bloco fixo interage com a velocista e com o piso. A velocista e o bloco se empurram e o bloco e o piso também se empurram.

4.24 As Figuras abaixo mostram os diagramas de força para o passageiro, para o piso do elevador (diagrama parcial) e para Terra (diagrama parcial). Não são mostradas todas as forças que atuam no piso do elevador e no planeta Terra.



Adotamos um eixo y vertical para cima.

O piso do elevador empurra o passageiro com uma força de contato normal $\vec{\eta} = \eta\,\hat{y}$ (seta verde) e a Terra puxa o passageiro para baixo com uma força gravitacional $\vec{P} = -P\,\hat{y}$ (seta vermelha), que chamamos de peso do passageiro. A reação de $\vec{\eta}$ está em quem faz a força $\vec{\eta}$ no passageiro, ou seja, no piso do elevador, mostrada pela seta verde para baixo. A reação de $\vec{P}$ está em quem faz a força $\vec{P}$ no passageiro, ou seja, no planeta Terra, mostrada pela seta vermelha para cima.

A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = m\,\vec{a}$. Portanto, aplicando essa lei ao passageiro obtemos:

$$\vec{R} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{\eta} + \vec{P} = (\eta - P)\,\hat{y} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\eta - P}{m}\,\hat{y}$$

Vemos que se valer $\eta = P$, então o passageiro estará sem aceleração, ou seja, em repouso ou em MRU. Se valer $\eta > P$ o passageiro estará com uma aceleração vertical para cima e, finalmente, se valer $\eta < P$ o passageiro estará com uma aceleração vertical para baixo. Esse é o caso, pois os dados numéricos são: $\eta = 620\ N$ e $P = 650\ N$. Note que $P = m\ g$ e, portanto:

$$a = \frac{\eta}{m} - g$$

Obtemos: $m \cong 66{,}3\ kg$ e $a \cong -0{,}45\ m/s^2$. A aceleração é vertical para baixo.

Esse seria o caso de um elevador que está saindo do repouso e começando a descer. Nesses momentos nos sentimos mais leves, pois nos sentimos menos pressionados contra o piso do elevador (normalmente sentimos $\eta = P$ e nesse caso vale $\eta < P$). Se o elevador estivesse em queda livre ($a = -g$), nos sentiríamos na "ausência de gravidade", pois não nos sentiríamos pressionando o piso do elevador ($\eta = 0$). Ficaríamos flutuando dentro dele. A "gravidade aparente" dentro de um elevador em queda livre é nula.

EP4.28 Considere um eixo x ao longo da superfície da mesa horizontal, para a direita, e que os blocos A e B se movem juntos, como se fossem um bloco só, A+B, de massa $M_{AB} = M_A + M_B$. A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = M_{AB}\ \vec{a}$, que, ao longo de x, se torna: $R_x = M_{AB}\ a_x$. Note que R_x é a resultante entre a força $\vec{F} = F\ \hat{x}$ aplicada no bloco B e a força de atrito cinético $\vec{F}_A^{(C)} = -F_A^{(C)}\ \hat{x}$ entre a mesa e o bloco B: $R_x = F - F_A^{(C)}$. Portanto, da 2ª lei de Newton, a aceleração do bloco A+B é dada por:

$$R_x = F - F_A^{(C)} = M_{AB}\ a_x$$

Note que a aceleração do bloco A+B é a aceleração do bloco A e também do bloco B, pois eles se movem juntos, como se fossem um bloco só.

Fizemos essa análise porque agora, ao nos concentrarmos no diagrama de forças do bloco A (apenas) já sabemos que se não há atrito B/piso, $\vec{F}_A^{(C)}$, então o bloco A está acelerado, pois:

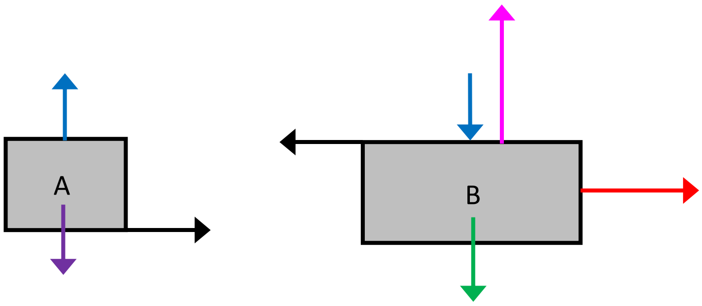
$$R_x = F = M_{AB}\ a_x$$

Por outro lado, se a força $\vec{F}$ que puxa é igual (em módulo) à força de atrito B/piso, $\vec{F}_A^{(C)}$, então o bloco A está sendo movendo em MRU, pois:

$$R_x = F - F_A^{(C)} = 0 = M_{AB}\ a_x$$

Vamos aproveitar e desenhar os diagramas de forças para os dois blocos nesses dois casos (note os pares ação/reação com cores iguais). Ao longo da direção vertical (y) a resultante das forças é sempre nula, posto que não há nenhum movimento nessa direção.

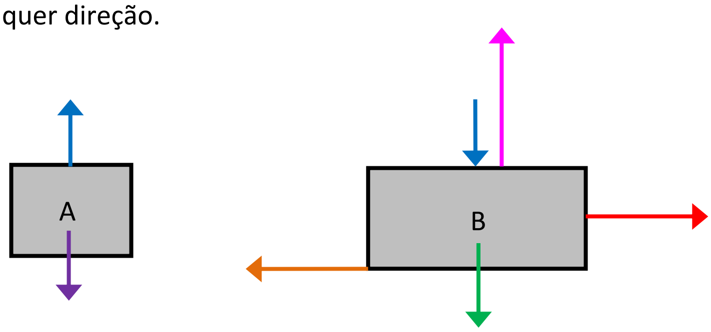
a) Se $\vec{F}_A^{(C)} = \vec{0}$, então A e B estão acelerados para a direita. Portanto, tem que haver uma resultante em A e em B para a direita.



Na vertical: o peso de A (seta roxa) se anula com a força normal de B em A (seta azul). A força normal de A em B (outra seta azul) empurra o bloco B para baixo e, juntamente com o peso de B (seta verde), é cancelada pela normal do piso em B (seta rosa).

Na horizontal: a força $\vec{F}$ (seta vermelha) puxa o bloco B que acelera para a direita. A tendência é o bloco A deslizar para trás (imagine você dentro de um ônibus que acelera para frente), mas a força de atrito estático que B faz em A (seta preta em A) impede esse deslizamento e arrasta o bloco A para a direita, junto com o bloco B. A reação a essa força, o atrito estático de A em B (outra seta preta em B) puxa o bloco B para trás, fazendo com que o bloco B acelere menos do que ele aceleraria se ele estivesse sozinho, sem o bloco A em cima dele.

b) Se $F - F_A^{(C)} = 0$ então A e B estão em MRU. Portanto, não pode haver nenhuma resultante em A e em B para a direita ou para qualquer direção.

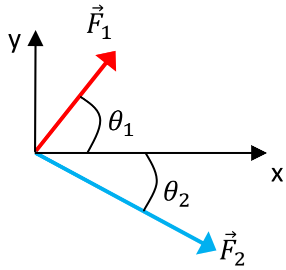


Na vertical nada muda: o peso de A (seta roxa) se anula com a força normal de B em A (seta azul em A). A força normal de A em B (outra seta azul em B) empurra o bloco B para baixo e, juntamente com o peso de B (seta verde), é cancelada pela normal do piso em B (seta rosa).

Na horizontal: a força $\vec{F}$ (seta vermelha) puxa o bloco B de tal forma que o atrito cinético do piso no bloco B (seta laranja) seja vencido e o bloco B se mova em MRU. O bloco A não tem nenhuma tendência de deslizar para frente ou para trás (imagine você dentro de um ônibus em MRU) e, portanto, não há nenhuma força de atrito nele. Ele se move em MRU juntamente com o bloco B.

EP4.37 Imagine que a caixa esteja inicialmente em repouso. Então, para que a caixa acelere na direção do eixo x a resultante das forças na caixa deve estar nessa direção, ou seja: $\vec{R} = R_x \hat{x}$. Isso porque a segunda lei de Newton, $\vec{R} = m\,\vec{a}$, afirma que os vetores $\vec{R}$ e $\vec{a}$ são sempre paralelos entre si. Por outro lado, se a caixa já estiver se movendo ao longo de x e essas três pessoas quiserem manter esse movimento, basta que elas produzam resultante nula na caixa, $\vec{R} = \vec{0}$, que ela vai continuar em MRU ao longo de x.

A Figura ao lado ilustra as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ exercidas pelos dois adultos. No referencial xy mostrado obtemos:



$$\vec{F}_1 = F_1 \cos(\theta_1)\ \hat{x} + F_1 \operatorname{sen}(\theta_1)\ \hat{y}$$

$$\vec{F}_2 = F_2 \cos(\theta_2)\ \hat{x} - F_2 \operatorname{sen}(\theta_2)\ \hat{y}$$

Portanto, a resultante das forças dos adultos na caixa, $\vec{R}_A$, é:

$$\vec{R}_A = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = [F_1 \cos(\theta_1) + F_2 \cos(\theta_2)]\hat{x} + [F_1 \operatorname{sen}(\theta_1) - F_2 \operatorname{sen}(\theta_2)]\hat{y}$$

Essas duas forças vão se juntar à força exercida pela criança $\vec{F}_C = F_{Cx}\ \hat{x} + F_{Cy}\ \hat{y}$ para produzir a força resultante $\vec{R}$ na caixa:

$$\vec{R} = \vec{R}_A + \vec{F}_C = [F_1 \cos(\theta_1) + F_2 \cos(\theta_2) + F_{Cx}]\hat{x} + \left[F_1 \operatorname{sen}(\theta_1) - F_2 \operatorname{sen}(\theta_2) + F_{Cy}\right]\hat{y}$$

Já sabemos que $\vec{R}$ não pode ter componente y. Portanto, obtemos a equação:

$$R_y = 0 \Rightarrow F_1 \operatorname{sen}(\theta_1) - F_2 \operatorname{sen}(\theta_2) + F_{Cy} = 0 \Rightarrow F_{Cy} = -F_1 \operatorname{sen}(\theta_1) + F_2 \operatorname{sen}(\theta_2)$$

Com os dados numéricos obtemos: $F_{Cy} \cong 16{,}6\ N$.

Note que se a criança aplicasse uma força somente ao longo de y, já haveria o efeito desejado, da caixa se mover na direção x apenas. Portanto, essa seria a força mínima que a criança deveria aplicar na caixa. Ela não precisaria exagerar e aplicar também uma componente x de força, ajudando os adultos. Concluindo, a força mínima que a criança deve aplicar na caixa é: $\vec{F}_C = F_{Cy}\ \hat{y}$.

b) Se a criança aplica essa força $\vec{F}_C$, a força resultante na caixa será:

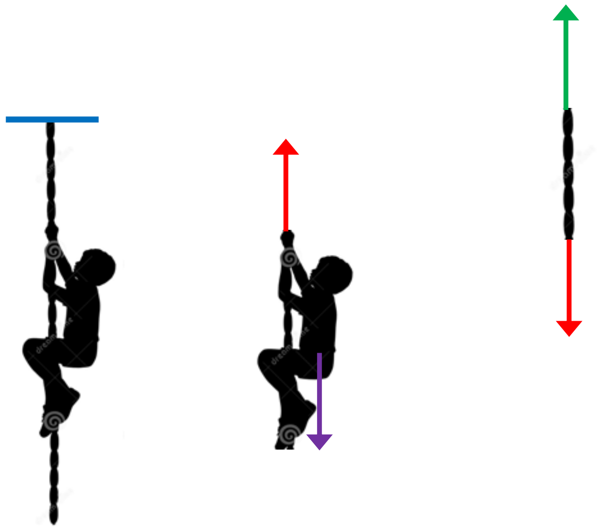
$$\vec{R} = [F_1 \cos(\theta_1) + F_2 \cos(\theta_2)]\hat{x}$$

de módulo $R \cong 171{,}2\ N$. Da segunda lei de Newton, a aceleração da caixa ao longo de x será:

$$a = \frac{R}{m} \Rightarrow m = \frac{R}{a}$$

obtemos $m \cong 85{,}6\ kg$ e o peso da caixa $P = m\ g \cong 840\ N$.

EP4.49



As Figuras ao lado ilustram a situação, supondo que a ginasta puxa a corda para baixo e sobe pela corda. No diagrama de forças da ginasta vemos o peso $\vec{P} = m\,\vec{g}$ da ginasta (seta roxa) e a força $\vec{F}_A$ que a corda faz nela (seta vermelha), puxando ela para cima. Essa força seria uma força de atrito estático, supondo que as mãos da ginasta não deslizam na corda. No diagrama de forças do segmento superior de corda vemos a força com que a ginasta puxa a corda para baixo, a reação $-\vec{F}_A$, e a força com que o teto sustenta e puxa a corda para cima (seta verde). Essas duas forças se cancelam mutuamente, supondo que o segmento de corda permaneça em equilíbrio ($\vec{R} = \vec{0}$). Portanto, a tensão em qualquer ponto da corda é, em módulo, F_A.

Para calcular F_A vamos nos concentrar no diagrama de forças da ginasta. Adotando um eixo y vertical para cima, a segunda lei de Newton diz que:

$$\vec{R} = m\,\vec{a} \Rightarrow F_A - m\,g = m\,a_y$$

a) Se a ginasta escala a corda com velocidade constante, então $a_y = 0$ e a tensão na corda é $F_A = m\,g$.

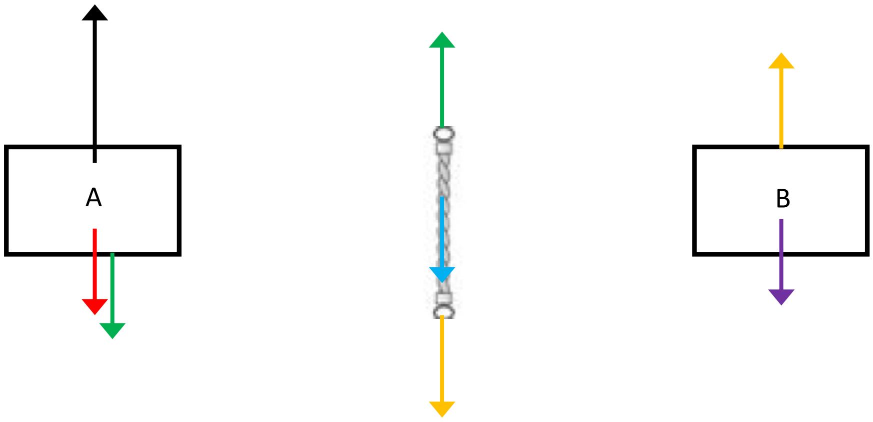
b) Se a ginasta está estática, então, da 1ª lei de Newton, $\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow F_A - m\,g = 0 \Rightarrow F_A = m\,g$. Dá no mesmo, a ginasta parada ou subindo com velocidade constante implicam na mesma tensão na corda.

c) Se a ginasta sobe com aceleração $a_y = a > 0$, então: $F_A - m\,g = m\,a \Rightarrow F_A = mg + ma = m(g + a)$. A corda fica mais tensionada.

d) Se a ginasta desce escorregando na corda, a força $\vec{F}_A$ na ginasta passa a ser uma força de atrito cinético, apontando para cima, se opondo ao deslizamento das mãos da ginasta para baixo. Se ela desce com aceleração de módulo a, então $a_y = -a < 0$. Portanto: $F_A - m\,g = -m\,a \Rightarrow F_A = mg - ma = m(g - a)$. A corda fica menos tensionada. Para a ginasta simplesmente cair, com $a = g$, ela teria que largar a corda, e não haveria tensão na corda: $F_A = 0$.

EP4.54

Os diagramas de força ficam:



No diagrama de forças do bloco A vemos a força aplicada $\vec{F}$ (seta preta), o peso $\vec{P}_A$ (seta vermelha) desse bloco e a força $\vec{T}_A$ com que a extremidade superior da corda puxa esse bloco para baixo (seta verde).

No diagrama de forças do bloco B vemos o peso $\vec{P}_B$ (seta roxa) desse bloco e a força $\vec{T}_B$ com que a extremidade inferior da corda puxa esse bloco para cima (seta laranja).

No diagrama de forças da corda vemos o peso $\vec{P}_C$ (seta azul) dessa corda, a força $-\vec{T}_A$ (reação) com que o bloco A puxa a extremidade superior da corda para cima (seta verde) e a força $-\vec{T}_B$ (reação) com que o bloco B puxa a extremidade inferior da corda para baixo (seta laranja). Essas forças tensionam a corda.

Considere um eixo y vertical para cima.

Supondo que os três corpos estão subindo juntos com aceleração de módulo a ao longo de y, a segunda lei de Newton diz que:

Para o bloco A: $F - P_A - T_A = M_A\, a$

Para o bloco B: $-P_B + T_B = M_B\, a$

Para a corda: $T_A - P_C - T_B = M_C\, a$

Observe que a soma desses três equações fornece a equação para o sistema A+B+corda:

$$F - P_A - P_B - P_C = (M_A + M_B + M_C)\, a$$

b) Considerando que: $P_A + P_B + P_C = (M_A + M_B + M_C)\, g$, obtemos:

$$a = \frac{F}{M_A + M_B + M_C} - g$$

Com os dados numéricos obtemos: $a \cong 3{,}5\ m/s^2$. Tudo está subindo com essa aceleração.

c) A tensão no topo da corda é T_A. Da equação para o bloco A obtemos:

$$F - P_A - T_A = M_A\, a \Rightarrow T_A = F - M_A g - M_A a = F - M_A(g + a) = F - \frac{M_A F}{M_A + M_B + M_C}$$
$$= \frac{M_B + M_C}{M_A + M_B + M_C} F$$

Obtemos: $T_A = \frac{3}{5} F = 120\ N$.

d) A tensão na extremidade inferior da corda é T_B. Da equação para o bloco B obtemos:

$$-P_B + T_B = M_B\, a \Rightarrow T_B = M_B g + M_B a = M_B(g + a) = \frac{M_B}{M_A + M_B + M_C} F$$

Obtemos: $T_B = \frac{1}{3} F \cong 66{,}7\ N$.

Considere agora que dividimos mentalmente a corda em duas metades, cada uma de massa $M_C/2$. A metade de cima é puxada para cima na sua extremidade superior pela força T_A e é puxada para baixo pelo seu peso e pela força de módulo $T_{1/2}$ que a metade de baixo faz na extremidade inferior da corda de cima. $T_{1/2}$ é a tensão no meio da corda. Para essa metade da corda a 2ª lei de Newton diz que:

$$T_A - (M_C/2)g - T_{1/2} = (M_C/2)a$$

A metade de baixo é puxada para cima na sua extremidade superior pela força de módulo $T_{1/2}$ (reação) e é puxada para baixo pelo seu peso e pela força T_B na sua extremidade inferior. Para essa metade da corda a 2ª lei de Newton diz que:

$$T_{1/2} - (M_C/2)g - T_B = (M_C/2)a$$

Note que, se somarmos essas duas equações obtemos a equação que já discutimos para a corda:

$$T_A - P_C - T_B = M_C\, a$$

Mas, queremos calcular $T_{1/2}$ e, para isso, vamos subtrair a 1ª equação da 2ª . Obtemos:

$$2\, T_{1/2} - T_B - T_A = 0 \Rightarrow T_{1/2} = \frac{T_A + T_B}{2}$$

A tensão no meio da corda é a média aritmética das tensões em suas extremidades. Finalmente:

$$T_{1/2} = \frac{1}{2}\left[\frac{M_B + M_C}{M_A + M_B + M_C} F + \frac{M_B}{M_A + M_B + M_C} F\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{2\, M_B + M_C}{M_A + M_B + M_C}\right] F$$

Obtemos $T_{1/2} \cong 93{,}4\ N$.

Essa propriedade de média vem do fato de que a tensão na corda varia linearmente ao longo de seu comprimento, ou seja, se y é uma posição ao longo da corda, segue que: $T(y) = a + b\, y$, com a e b constantes. Então, a tensão na extremidade inferior da corda é $T(y = 0) = a$ e a tensão na extremidade superior da corda, de comprimento L, é $T(y = L) = a + b\, L$. Portanto, a tensão no meio da corda é:

$$T\left(y = \frac{L}{2}\right) = a + \frac{b\, L}{2} = \frac{1}{2}[a + a + b\, L] = \frac{1}{2}[T(0) + T(L)]$$

A tensão na corda vai caindo à medida que descemos, desde $120\ N$, passando por $93{,}4\ N$ na metade, até $66{,}7\ N$ na extremidade inferior.

EP4.59 A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = m\,\vec{a}$. Adotando um eixo x ao longo do movimento considerado, essa equação vetorial se torna:

$$R_x = m\,a_x$$

Portanto, para calcular R_x devemos calcular a aceleração a_x desse objeto. Da cinemática, a velocidade do objeto ao longo de x é:

$$v_x(t) = \frac{d}{dt}x(t) = \frac{d}{dt}[A\,t - B\,t^3] = A - 3\,B\,t^2$$

A aceleração do objeto ao longo de x é:

$$a_x(t) = \frac{d}{dt}v(t) = \frac{d}{dt}[A - 3\,B\,t^2] = -6\,B\,t$$

Concluindo, a força resultante ao longo de x nesse objeto é dependente do tempo:

$$R_x(t) = m\,a_x(t) = -6\,B\,m\,t$$

Vemos que o objeto está sofrendo uma força resultante no sentido oposto ao do eixo x (supondo $B > 0$), produzindo uma aceleração nesse mesmo sentido. Sua velocidade era inicialmente A e vai se tornando mais negativa (se $A < 0$) ou vai invertendo de sinal (se $A > 0$) à medida que o tempo passa. Portanto, se $A < 0$, o objeto estava se movendo no sentido –x e vai fazendo isso cada vez mais rapidamente. Se $A > 0$, o objeto estava se movendo no sentido +x, mas a força e a aceleração ao longo de –x vão reduzindo essa velocidade até que ela se anula e se torna negativa.

4.60 A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = m\,\vec{a}$. Admitindo que essa força $\vec{F}$ seja a única força aplicada ao objeto, segue que $\vec{R} = \vec{F} = m\,\vec{a}$. Portanto, a aceleração desse objeto é:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{k_1\hat{x} + k_2 t^3\hat{y}}{m} = \vec{a}(t)$$

Da cinemática:

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = \frac{k_1\hat{x} + k_2 t^3\hat{y}}{m}$$

Portanto, para encontrar a função $\vec{v}(t)$ devemos resolver a equação diferencial acima, ou seja, encontrar a função $\vec{v}(t)$ cuja derivada é a função $\vec{a}(t)$ dada. Precisamos realizar a operação inversa da derivação, que chamamos de integração: a aceleração $\vec{a}(t)$ é a derivada da velocidade $\vec{v}(t)$, assim como, a velocidade $\vec{v}(t)$ é a integral (ou antiderivada) da aceleração $\vec{a}(t)$.

A operação de integração, ou antiderivação, é simples. Por exemplo, se $2x$ é a derivada de x^2, segue que $x^2 + c$, com c uma constante arbitrária, é a antiderivada (ou integral) de $2x$. A constante c entra na antiderivada porque sabemos que a derivada de uma constante é nula. Concluindo:

A antiderivada (integral) de

$$\frac{k_1}{m}\hat{x} \qquad \text{é} \qquad \frac{k_1}{m}t\,\hat{x} + \vec{c}_1$$

sendo $\vec{c}_1$ uma constante arbitrária. A derivada da função da direita é a função da esquerda.

A antiderivada (integral) de

$$\frac{k_2}{m}t^3\hat{x} \qquad \text{é} \qquad \frac{k_2}{m}\frac{t^4}{4}\,\hat{x} + \vec{c}_2$$

sendo $\vec{c}_2$ uma constante arbitrária. A derivada da função da direita é a função da esquerda.

Portanto, a velocidade desse objeto é:

$$\vec{v}(t) = \frac{k_1}{m}t\,\hat{x} + \frac{k_2}{m}\frac{t^4}{4}\,\hat{x} + \vec{c}_3$$

sendo $\vec{c}_3$ uma constante arbitrária.

Qual o significado físico da constante $\vec{c}_3$? Calculando a velocidade no instante $t = 0$ obtemos:

$$\vec{v}(t=0) = \frac{k_1}{m}0\,\hat{x} + \frac{k_2}{m}\frac{0^4}{4}\,\hat{x} + \vec{c}_3 = \vec{c}_3$$

Portanto, $\vec{c}_3$ é a velocidade inicial do objeto: $\vec{c}_3 = \vec{v}_0$. Conclusão, a velocidade desse objeto varia de acordo com:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \left[\frac{k_1}{m}t + \frac{k_2}{m}\frac{t^4}{4}\right]\hat{x}$$

Como está dito no enunciado que o objeto parte do repouso, então $\vec{v}_0 = \vec{0}$ e podemos simplificar:

$$\vec{v}(t) = \left[\frac{k_1}{m}t + \frac{k_2}{m}\frac{t^4}{4}\right]\hat{x}$$

Para conferir, podemos calcular novamente a aceleração $\vec{a}(t)$:

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}\left[\frac{k_1}{m}t + \frac{k_2}{m}\frac{t^4}{4}\right]\hat{x} = \left[\frac{k_1}{m} + \frac{k_2}{m}\frac{4\,t^3}{4}\right]\hat{x} = \left[\frac{k_1}{m} + \frac{k_2}{m}t^3\right]\hat{x}$$

Com isso vemos que não cometemos nenhum erro ao longo do caminho.

Resumindo, esse objeto parte do repouso e é submetido à força resultante:

$$\vec{F} = k_1\hat{x} + k_2t^3\hat{y}$$

Que produz nele a aceleração:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{k_1\hat{x} + k_2t^3\hat{y}}{m} = \vec{a}(t)$$

Fazendo com que sua velocidade varie no tempo de acordo com:

$$\vec{v}(t) = \left[\frac{k_1}{m}t + \frac{k_2}{m}\frac{t^4}{4}\right]\hat{x}$$

É o que dizem a 2ª lei de Newton e as leis da cinemática.