EP5.2 Devemos levar em conta aqui que para uma corda leve (sem massa) e que não está "agarrada" em nada, pela presença de atritos em eixos de polias e/ou entre a corda e uma polia, de polias muito pesadas etc., a tensão é a mesma em qualquer ponto da corda. Esse é o caso aqui. Lembre-se também que cordas (flexíveis) só puxam, nunca empurram. Os diagramas de força são simples e não vamos desenhá-los.

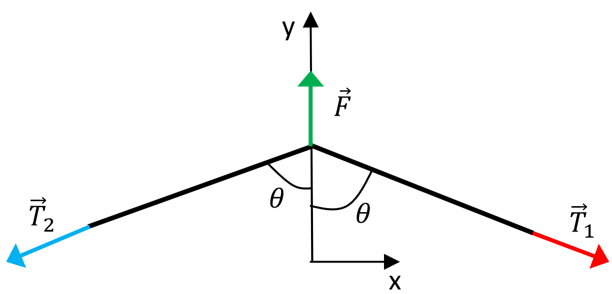
No item (a) considere o equilíbrio do bloco. O peso $\vec{p}$ puxa o bloco para baixo e a corda faz uma força $\vec{T}$ que puxa o bloco para cima. A primeira lei de Newton diz que: $\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = -\vec{T} \Rightarrow p = T$. A reação $-\vec{T}$ é uma força que tensiona a corda, puxando sua extremidade inferior para baixo. Portanto, a tensão na extremidade inferior a corda é $\left|-\vec{T}\right| = T = p$. Essa é a tensão em qualquer ponto da corda. Sabemos que a parede (ou que for) puxa a extremidade esquerda da corda com uma força de módulo p.

No item (b) não há nenhuma novidade. Considere o equilíbrio do bloco inferior (que pode ser tanto o repouso quanto o MRU dos dois blocos, ou seja, $\vec{R} = \vec{0}$ em cada bloco). O peso $\vec{p}$ puxa o bloco para baixo e a corda faz uma força $\vec{T}_1$ que puxa o bloco para cima. A primeira lei de Newton diz que: $\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} + \vec{T}_1 = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = -\vec{T}_1 \Rightarrow p = T_1$. A reação $-\vec{T}_1$ é uma força que tensiona a corda, puxando sua extremidade inferior para baixo. Portanto, a tensão na extremidade inferior da corda é $\left|-\vec{T}_1\right| = T_1 = p$. Analisando o equilíbrio do bloco superior vamos chegar à mesma conclusão: O peso $\vec{p}$ puxa o bloco para baixo e a corda faz uma força $\vec{T}_2$ que puxa o bloco para cima. A primeira lei de Newton diz que: $\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = -\vec{T}_2 \Rightarrow p = T_2$. A reação $-\vec{T}_2$ é uma força que tensiona a corda, puxando sua extremidade superior para baixo. Portanto, a tensão na extremidade superior da corda é $\left|-\vec{T}_2\right| = T_2 = p$. Essa é a tensão em qualquer ponto da corda.

No item (c) a ideia é a mesma do item (b), só muda a configuração das polias e da corda. Se você cortar a corda ao meio e inserir um dinamômetro segurando as duas pontas da corda, ele vai indicar a tensão p nesse ponto no meio da corda. Essa é a tensão em qualquer ponto da corda.

Não são necessários diagramas de forças. Eles são muito simples. Podemos apenas imaginá-los. Para equilibrar um bloco de peso p, uma única corda deve fazer nele uma força para cima de módulo p. Na ponta da corda atua a reação a essa força, que também tem módulo p. Essa é a tensão na corda. Nos itens (b) e (c) a condição $\vec{R} = \vec{0}$ em cada bloco pode corresponder tanto ao repouso quanto ao MRU dos dois blocos.

EP5.5 A ideia é simples, temos que analisar o equilíbrio da cordinha (vamos pensar que é uma só) que é puxada pelas duas forças $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ que o quadro faz em suas extremidades e é segura pela força $\vec{F}$ que o prego na parede faz em seu vértice. Essas forças tensionam a cordinha. As reações $-\vec{T}_1$ e $-\vec{T}_2$ estão equilibrando o quadro, mas não estamos preocupados com ele ainda.

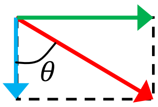


Vamos assumir aqui que $T_1 = T_2 = \alpha\, P$ sendo $\alpha < 1$ $(\alpha = 0,75)$ e P o peso do quadro. Queremos obter o valor de θ. A primeira lei de Newton aplicada à cordinha diz que: $\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{F} = \vec{0}$. Utilizando o referencial com os eixos xy definidos na Figura obtemos:

Em x: $R_x = T_1\, \mathrm{sen}(\theta) - T_2\, \mathrm{sen}(\theta) = 0$

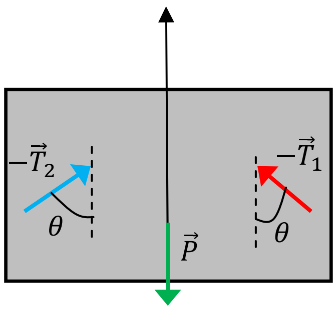
Em y: $R_y = F - T_1 \cos(\theta) - T_2 \cos(\theta) = 0$

A Figura ao lado ilustra a decomposição de $\vec{T}_1$ em suas componentes x (verde): cateto oposto, e y (azul): cateto adjacente. Os sinais das componentes são inseridos "na mão".



A equação (x) não diz nada, apenas $0 = 0$, já que sabemos que $T_1 = T_2 = \alpha\, P$. A equação (y) diz que:

$$F = 2\alpha P \cos(\theta)$$



Nossa expectativa era que essa equação determinasse θ, mas, em princípio, não conhecemos o valor de F. Porém, olhando para o diagrama de forças do quadro, mostrado ao lado, vemos as reações das forças $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ e o peso do quadro (seta verde), concluímos logo que a 1ª lei de Newton aplicada ao quadro (ao longo de y) diz que:

$$R_y = -P + T_1 \cos(\theta) + T_2 \cos(\theta) = 0$$

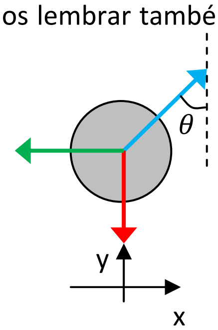
Portanto, concluímos, das duas equações em y, que $F = P$. Não surpreende: a força $-\vec{F}$ (para baixo) que a cordinha faz no prego é igual, em módulo, ao peso do quadro. O prego faz na cordinha a (reação) $\vec{F}$ e equilibra o peso do quadro. Concluindo:

$$F = 2\alpha P \cos(\theta) = P \Rightarrow \cos(\theta) = \frac{1}{2\,\alpha}$$

Vemos que quando mais horizontal a cordinha (maior θ), maior é o valor de α e mais tensionada a cordinha fica $(\alpha\, P)$. Se queremos diminuir o risco da cordinha arrebentar, devemos diminuir a tensão $(\alpha\, P)$, devemos diminuir α e, portanto, tornar a cordinha mais vertical (uma cordinha maior?), diminuindo θ.

Para $\alpha = 0{,}75$ obtemos: $\theta \cong 48{,}2°$. Com esse ângulo θ a tensão na cordinha $(\alpha\, P)$ é 75% do peso do quadro.

EP5.8 Devemos levar em conta que para uma corda ou um cabo leve (sem massa) e que não está "agarrada" em nada, pela presença de atritos em eixos de polias e/ou entre a corda e uma polia, de polias muito pesadas etc., a tensão é a mesma em qualquer ponto da corda/cabo. Esse é o caso aqui. Precisamos lembrar também que cordas e cabos (flexíveis) só são capazes de puxar, nunca de empurrar.



A Figura ao lado mostra o diagrama de forças para a bola. O peso $\vec{P}$ (seta vermelha) puxa a bola para baixo (na vertical), o cabo horizontal puxa a bola para a direita (seta verde) com a força $\vec{F}_1$ e o cabo oblíquo puxa a bola obliquamente (seta azul) com a força $\vec{F}_2$. A reação $-\vec{F}_1$ puxa a extremidade direita do cabo horizontal e tensiona ele e a reação $-\vec{F}_2$ tensiona o cabo oblíquo. Portanto, queremos calcular F_1 e F_2.

A primeira lei de Newton aplicada à bola diz que: $\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = \vec{0}$. Decompondo essas forças obtemos (os sinais das componentes foram inseridos "na mão"):

Na horizontal (x): $-F_1 + F_2\, \text{sen}(\theta) = 0 \Rightarrow F_1 = F_2\, \text{sen}(\theta)$

Na vertical (y): $-P + F_2 \cos(\theta) = 0 \Rightarrow F_2 = P/\cos(\theta)$

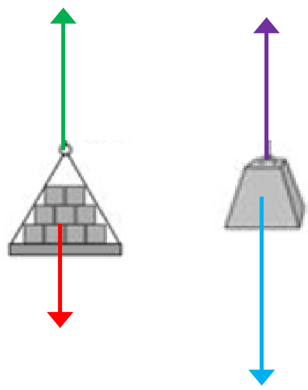
Concluindo: $F_1 = F_2\, \text{sen}(\theta) = [P/\cos(\theta)]\text{sen}(\theta) = P \tan(\theta)$

Com os dados numéricos obtemos ($P = m\, g \cong 40.082\ N$):

$$T_A = F_1 = P \tan(\theta) \cong 33.633\ N$$

$$T_B = F_2 = P/\cos(\theta) \cong 52.323\ N$$

Essas são as tensões nos cabos que mantém a bola em equilíbrio estático.



EP5.19 Ao lado mostramos os diagramas de forças: O peso dos tijolos $\vec{P}_T$ (seta vermelha) puxa a carga para baixo e a corda tensionada puxa a carga para cima com uma força $\vec{T}_1$ (seta verde). O peso do contrapeso $\vec{P}_C$ (seta azul) puxa o contrapeso para baixo e a corda tensionada puxa o contrapeso para cima com uma força $\vec{T}_2$ (seta roxa).

Note que as reações $-\vec{T}_1$ e $-\vec{T}_2$ puxam as extremidades da corda, tensionando ela.

Você já deve ter se acostumado com a ideia de que $T_1 = T_2$, pois uma corda leve (sem massa) e que não está "agarrada" em nada, pela presença de atritos em eixos de polias e/ou entre a corda e uma polia, de polias muito pesadas etc., a tensão é a mesma em qualquer ponto da corda. Esse é o caso aqui. As tensões nas duas extremidades da corda são iguais em módulo: $T_1 = T_2 = T$. A corda transmite força, de uma ponta à outra. É para isso que ela serve.

Já está dito que a carga sobe acelerada, e isso ocorre por causa dos valores numéricos que já foram fixados no enunciado. Aqui vamos resolver o problema algebricamente para massas quaisquer e não podemos dizer à priori se a carga sobe, desce ou fica parada. Vamos analisar todos os casos. Mesmo que não saibamos, podemos simplesmente fazer a hipótese de que a carga vai subir acelerada. Depois os dados numéricos (e os sinais) vão resolver o que vai acontecer. A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = m\, \vec{a}$. Portanto, adotando um eixo y ao longo do movimento vertical para cima da carga, essa equação vetorial se torna (m_T é a massa da carga de tijolos e a_T o módulo de sua aceleração para cima):

$$R_y = m_T\, a_T \Rightarrow T - P_T = m_T\, a_T \Rightarrow T = m_T\, (a_T + g)$$

Se a carga sobe acelerada, o contrapeso desce acelerado, pois a corda cria esse vínculo entre os dois movimentos. A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = m\,\vec{a}$. Portanto, adotando um eixo y ao longo do movimento vertical para baixo do contrapeso, essa equação vetorial se torna (m_C é a massa do contrapeso e a_C o módulo de sua aceleração para baixo):

$$R_y = m_C\,a_C \Rightarrow P_C - T = m_C\,a_C \Rightarrow T = m_C\,(g - a_C)$$

Note que usamos um referencial (conveniente) para cada corpo. Sempre colocamos um eixo ao longo do movimento hipotético desse corpo. Aqui esse é o eixo y. Para a carga o eixo y está para cima, porque estamos imaginando a carga subindo acelerada. Para o contrapeso o eixo y está para baixo porque se a carga sobe então o contrapeso tem que descer acelerado. Os dois movimentos estão vinculados pela corda.

Agora não podemos deixar de considerar que $a_T = a_C = a$, que é o vínculo que a corda tensionada cria entre os dois movimentos. Se a carga sobe 1 cm, o contrapeso desce 1 cm e por aí vai: $v_T = v_C$ e $a_T = a_C$.

Ficamos com as duas equações:

$$T = m_T\,(a + g)$$

$$T = m_C\,(g - a)$$

b) quanto vale a? Subtraindo as equações obtemos:

$$T - T = 0 = m_T\,(a + g) - m_C\,(g - a) = (m_T + m_C)a + (m_T - m_C)g$$

Portanto:

$$a = \frac{m_C - m_T}{m_T + m_C}g$$

Agora podemos analisar os vários casos possíveis.

I) O que acontece se as massas são iguais? Se $m_C = m_T$, segue que $a = 0$. Ou os corpos ficam em repouso, se já estiverem em repouso (este seria o caso dito no enunciado), ou se movem com velocidade constante (MRU), a mesma velocidade inicial imposta por alguém que aplicasse um peteleco na carga, para cima ou para baixo.

II) O que acontece se os tijolos são mais pesados? Se $m_C < m_T$, segue que $a < 0$. O que é uma aceleração negativa? É uma aceleração com o sentido oposto àquele que havíamos imaginado. Nesse caso a carga desce com aceleração de módulo $|a| > 0$ e o contrapeso sobe com aceleração de módulo $|a|$.

III) O que acontece se os tijolos são mais leves? Se $m_C > m_T$, segue que $a > 0$. O que é uma aceleração positiva? É uma aceleração com o mesmo sentido que havíamos imaginado. Nesse caso a carga sobe com aceleração de módulo a e o contrapeso desce com aceleração de módulo a. Isso é o que havíamos imaginado e é o que está no enunciado, posto que os dados numéricos estão nesse caso $m_C > m_T$. Com os dados numéricos obtemos: $a \cong 2{,}97\ m/s^2$.

c) quanto vale a tensão T na corda? Somando as mesmas equações obtemos:

$$T + T = 2\,T = m_T\,(a + g) + m_C\,(g - a) = (m_T - m_C)a + (m_T + m_C)g$$

Portanto (usando o valor de a que já calculamos):

$$T = \frac{1}{2}\left[(m_T - m_C)\frac{m_C - m_T}{m_T + m_C}g + (m_T + m_C)g\right] = 2\frac{m_C m_T}{m_T + m_C}g$$

Em qualquer caso, a corda estará tensionada com as forças $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ conforme nossos diagramas de forças. Não tem como ser diferente. Cordas só puxam, nunca empurram. Por isso obtemos sempre $T > 0$. O valor específico de T depende das massas.

Com os dados numéricos obtemos: $T \cong 191{,}4\;N$.

Nesse caso específico, pelo fato da carga estar subindo acelerada, é claro que tem que valer $T > m_T\,g$ (resultante para cima). Além disso, pelo fato do contrapeso estar descendo acelerado, tem que valer $m_C\,g > T$ (resultante para baixo). Nossos resultados estão de acordo com isso, pois, $m_T\,g \cong 147\;N$ e $m_C\,g \cong 274{,}4\;N$.

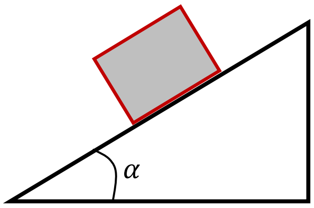
Nos outros casos, $m_C = m_T$ ou $m_C < m_T$ essas coisas mudam.

Note que se as massas são iguais $m_C = m_T = m$, segue que:

$$T = 2\frac{m^2}{2\,m}g = m\,g$$

Não nos surpreendemos, se os corpos vão ficar em repouso ou em MRU, então $R = 0$ em cada corpo: mg para baixo e mg para cima, $a = 0$.

5.27 A Figura ao lado ilustra o bloco de massa M apoiado no plano inclinado de um ângulo α. Vamos imaginar cinco situações possíveis:



a) O bloco desce na ausência de atrito.

b) O bloco sobe na ausência de atrito.

c) O bloco sobe na presença de atrito cinético com coeficiente de atrito μ_C.

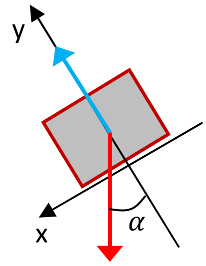
d) O bloco desce na presença de atrito cinético com coeficiente de atrito μ_C.

e) O bloco fica estático "preso" pelo atrito estático com coeficiente de atrito μ_E.

Para cada caso em que o bloco está se movendo, por hipótese, vamos colocar um eixo x orientado no sentido do movimento do bloco. O eixo y é ortogonal ao x. Se o bloco está estático, por hipótese, os sentidos dos eixos não têm nenhuma situação preferencial. Escolhemos o que achamos mais conveniente de desenhar.

a) O bloco desce na ausência de atrito.

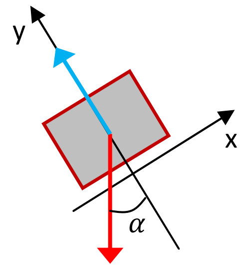
A Figura ao lado mostra as forças no bloco. O peso $\vec{P}$ (seta vermelha) puxa o bloco para baixo na vertical. A força normal $\vec{\eta}$ (seta azul) impede que o bloco "afunde" no plano inclinado. Ela atua sempre na direção normal (ortogonal) às superfícies que se tocam. Adotamos um eixo x para baixo, posto que o bloco desce. Note que α é o ângulo entre o peso (vertical) e a direção y normal ao plano inclinado. Suponha que o bloco desça acelerado com aceleração de módulo a. Quanto vale a?



A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = M\,\vec{a}$. Ao longo de x obtemos: $P\,\text{sen}(\alpha) = M\,a \Rightarrow M\,g\,\text{sen}(\alpha) = M\,a$. Portanto, concluímos que o bloco desce com aceleração de módulo $a = g\,\text{sen}(\alpha)$. A aceleração não depende da massa do bloco. Se a superfície fosse horizontal, não haveria aceleração, pois $a = g\,\text{sen}(\alpha = 0) = 0$.

b) O bloco sobe na ausência de atrito.

Nada muda. A Figura ao lado mostra as forças no bloco. O peso $\vec{P}$ (seta vermelha) puxa o bloco para baixo na vertical. A força normal $\vec{\eta}$ (seta azul) impede que o bloco "afunde" no plano inclinado. Ela atua sempre na direção normal (ortogonal) às superfícies que se tocam. Adotamos um eixo x para cima, posto que o bloco sobe. Note que α é o ângulo entre o peso (vertical) e a direção y normal ao plano inclinado. Suponha que o bloco suba acelerado com aceleração de módulo a. Quanto vale a?

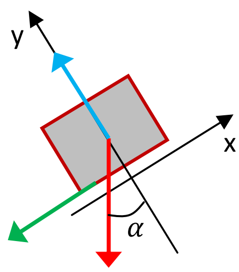


A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = M\,\vec{a}$. Ao longo de x obtemos: $-P\,\text{sen}(\alpha) = M\,a \Rightarrow -M\,g\,\text{sen}(\alpha) = M\,a$. Portanto, concluímos que o bloco sobe com aceleração $a = -\,g\,\text{sen}(\alpha)$ ao longo de –x (posto que ela é negativa) de módulo $|a| = g\,\text{sen}(\alpha)$. Se a superfície fosse horizontal, não haveria aceleração, pois $|a| = g\,\text{sen}(\alpha = 0) = 0$.

Note que no caso (a) a velocidade e a aceleração do bloco eram paralelas entre si (ambas para baixo) e o bloco vai caindo cada vez mais rapidamente. No caso (b) a aceleração é antiparalela à velocidade e o bloco vai subindo cada vez mais lentamente, até parar em uma altura máxima e cair de volta.

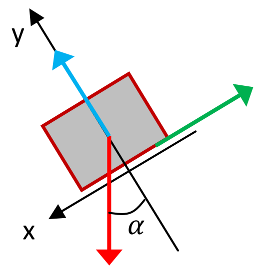
c) O bloco sobe na presença de atrito cinético com coeficiente de atrito μ_C.

A Figura ao lado mostra as forças no bloco. O peso $\vec{P}$ (seta vermelha) puxa o bloco para baixo na vertical. A força normal $\vec{\eta}$ (seta azul) impede que o bloco "afunde" no plano inclinado. Ela atua sempre na direção normal (ortogonal) às superfícies que se tocam. A força de atrito cinético $\vec{F}_A^{(C)}$ (seta verde) é oposta ao movimento (que ocorre) do bloco. Adotamos um eixo x para cima, posto que o bloco sobe. Note que α é o ângulo entre o peso (vertical) e a direção y normal ao plano inclinado. Suponha que o bloco suba acelerado com aceleração de módulo a. Quanto vale a?



A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = M\,\vec{a}$. Ao longo de x obtemos: $-F_A^{(C)} - P\,\text{sen}(\alpha) = M\,a \Rightarrow -\mu_C\eta - M\,g\,\text{sen}(\alpha) = M\,a$. Ao longo de y obtemos: $\eta - M\,g\cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \eta = M\,g\cos(\alpha)$. Substituindo o valor de η obtemos em x: $\Rightarrow -\mu_C M\, g \cos(\alpha) - M\, g\, \text{sen}(\alpha) = M\, a \Rightarrow a = -g\, [\text{sen}(\alpha) + \mu_C \cos(\alpha)]$. A aceleração não depende da massa do bloco. Comparando com o item (b), sem atrito, vemos que agora o bloco possui uma aceleração maior em módulo. Portanto, concluímos que o bloco sobe com aceleração ao longo de –x (posto que ela é negativa) de módulo $|a| = g\, [\text{sen}(\alpha) + \mu_C \cos(\alpha)]$. Se a superfície fosse horizontal, haveria aceleração apenas devido ao atrito, pois $|a| = g\, [\text{sen}(\alpha = 0) + \mu_C \cos(\alpha = 0)] = \mu_C\, g$.

d) O bloco desce na presença de atrito cinético com coeficiente de atrito μ_C.

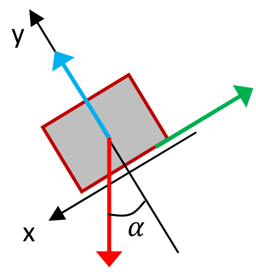


A Figura ao lado mostra as forças no bloco. O peso $\vec{P}$ (seta vermelha) puxa o bloco para baixo na vertical. A força normal $\vec{\eta}$ (seta azul) impede que o bloco "afunde" no plano inclinado. Ela atua sempre na direção normal (ortogonal) às superfícies que se tocam. A força de atrito cinético $\vec{F}_A^{(C)}$ (seta verde) é oposta ao movimento (que ocorre) do bloco. Adotamos um eixo x para baixo, posto que o bloco desce. Note que α é o ângulo entre o peso (vertical) e a direção y normal ao plano inclinado. Suponha que o bloco desça acelerado com aceleração de módulo a. Quanto vale a?

A segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = M\, \vec{a}$. Ao longo de x obtemos: $-F_A^{(C)} + P\, \text{sen}(\alpha) = M\, a \Rightarrow -\mu_C \eta + M\, g\, \text{sen}(\alpha) = M\, a$. Ao longo de y obtemos: $\eta - M\, g \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \eta = M\, g \cos(\alpha)$. Substituindo o valor de η obtemos em x: $\Rightarrow -\mu_C M\, g \cos(\alpha) + M\, g\, \text{sen}(\alpha) = M\, a \Rightarrow a = g\, [\text{sen}(\alpha) - \mu_C \cos(\alpha)]$. A aceleração não depende da massa do bloco. Vemos que a aceleração pode ser positiva (para baixo) ou negativa (para cima), dependendo dos valores dos parâmetros. Se valer $\text{sen}(\alpha) > \mu_C \cos(\alpha)$, então $a > 0$ e o bloco desce cada vez mais rapidamente. Se valer $\text{sen}(\alpha) < \mu_C \cos(\alpha)$, então $a < 0$ e o bloco desce cada vez mais lentamente, ele vai freando pela ação do atrito. Se valer $\text{sen}(\alpha) = \mu_C \cos(\alpha)$, então $a = 0$ e o bloco desce em MRU.

Comparando com o item (c) vemos que quando o bloco sobe, ele sempre sobre freando, pois o peso e o atrito se opõem à subida do bloco. Quando o bloco desce, o peso contribui para descida e o atrito se opõe. A competição entre essas duas forças vai determinar se o bloco desce acelerando ($a > 0$) ou freando ($a < 0$). Havendo o equilíbrio, o bloco desce em MRU ($a = 0$).

e) O bloco fica estático "preso" pelo atrito estático com coeficiente de atrito μ_E.



A Figura ao lado mostra as forças no bloco. O peso $\vec{P}$ (seta vermelha) puxa o bloco para baixo na vertical. A força normal $\vec{\eta}$ (seta azul) impede que o bloco "afunde" no plano inclinado. Ela atua sempre na direção normal (ortogonal) às superfícies que se tocam. A força de atrito estático $\vec{F}_A^{(E)}$ (seta verde) é oposta ao possível (mas que não ocorre) movimento do bloco. Sabemos que o bloco parado tem a tendência de descer e nunca de subir. Por isso colocamos o atrito estático no sentido que se opõe a esse possível movimento. Desenhar a força de atrito para baixo seria um absurdo nesse caso. Adotamos um eixo x para baixo, mas poderia ser para cima, não muda nada. Note que α é o ângulo entre o peso (vertical) e a direção y normal ao plano inclinado. Quanto vale o módulo da força de atrito estático no bloco?

A primeira lei de Newton diz que $\vec{R} = \vec{0}$. Ao longo de x obtemos: $-F_A^{(E)} + P\,\mathrm{sen}(\alpha) = 0 \Rightarrow F_A^{(E)} = M\,g\,\mathrm{sen}(\alpha)$. Essa é a força de atrito que "trava" o bloco e não deixa ele descer. Ao longo de y obtemos: $\eta - M\,g\cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \eta = M\,g\cos(\alpha)$.

Suponha agora que vamos aumentando a inclinação α do plano inclinado. A força de atrito estático necessária para travar o bloco vai aumentando: $F_A^{(E)} = M\,g\,\mathrm{sen}(\alpha)$. Porque $\mathrm{sen}(\alpha)$ cresce com α. Mas, sabemos que a força de atrito estático entre duas superfícies tem um limite, um valor máximo $F_{A\,MAX}^{(E)}$ dado por: $F_{A\,MAX}^{(E)} = \mu_E\,\eta$, que nesse caso seria: $F_{A\,MAX}^{(E)} = \mu_E\,M\,g\cos(\alpha)$. Como já sabemos que a condição para deixar o bloco estático é $F_A^{(E)} = M\,g\,\mathrm{sen}(\alpha)$, segue que na situação de atrito máximo vale $F_A^{(E)} = M\,g\,\mathrm{sen}(\alpha) \Rightarrow F_{A\,MAX}^{(E)} = \mu_E\,M\,g\cos(\alpha) = M\,g\,\mathrm{sen}(\alpha) \Rightarrow \tan(\alpha) = \mu_E$. Esse valor de α é o valor máximo de inclinação, α_{MAX}, capaz de manter um bloco (de massa qualquer) estático no plano inclinado. Se escolhermos uma inclinação α maior, $\alpha > \alpha_{MAX}$, o equilíbrio do bloco se torna impossível (por falta de atrito estático) e ele começa a deslizar para baixo, como discutido no item (d).

Vamos pensar assim: a 2ª lei de Newton diz que para que esse bloco fique estático nesse plano inclinado é necessária uma força de atrito $F_A^{(E)} = M\,g\,\mathrm{sen}(\alpha)$. Por outro lado, a lei do atrito estático diz que a força de atrito estático entre essas duas superfícies bloco/plano tem um limite máximo: $F_{A\,MAX}^{(E)} = \mu_E\,\eta = \mu_E\,M\,g\cos(\alpha)$. Portanto, se aumentamos a inclinação α do plano inclinado, a força de atrito estático necessária para travar o bloco vai aumentando: $F_A^{(E)} = M\,g\,\mathrm{sen}(\alpha)$. Porque $\mathrm{sen}(\alpha)$ cresce com α. Por outro lado, a força de atrito máximo possível $F_{A\,MAX}^{(E)} = \mu_E\,M\,g\cos(\alpha)$ vai diminuindo, porque $\cos(\alpha)$ diminui com α (pense em $0 < \alpha < 90°$). Então, há uma inclinação limite α_{MAX}, em que o necessário se iguala ao máximo possível. Esse ângulo limite está determinado por: $\tan(\alpha_{MAX}) = \mu_E$. Se $\alpha < \alpha_{MAX}$, qualquer bloco (de qualquer massa) fica em equilíbrio nesse plano inclinado, porque o atrito necessário é menor que o atrito máximo possível. Se $\alpha > \alpha_{MAX}$, nenhum bloco (de qualquer massa) fica em equilíbrio nesse plano inclinado, porque o atrito necessário é maior que o atrito máximo possível. No caso limite $\alpha = \alpha_{MAX}$ o atrito necessário é exatamente o máximo possível e o bloco fica em equilíbrio, mas na iminência de perder esse equilíbrio. Qualquer bater de asas de uma mosca próxima e o bloco desliza para baixo.

EP5.35 Forças constantes produzem movimentos com acelerações constantes, nesse caso um MRUV da arruela. Suponha um corpo que parte com velocidade inicial $\vec{v}_0 = v_0\hat{x}$ e desliza ao longo de +x com aceleração $\vec{a} = -a\,\hat{x}$. Ele vai freando até parar. A equação horária da posição é:

$$x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2}a\,t^2$$

A equação horária da velocidade é: $v(t) = v_0 - a\,t$. O corpo para no instante t_1 tal que: $v(t_1) = 0$. Portanto

$$v(t_1) = v_0 - a\,t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = v_0/a$$

Concluindo, até o corpo parar ele vai se deslocar Δx tal que:

$$\Delta x = x(t_1) - x_0 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} a\, t_1^2 = v_0 \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_0}{a}\right)^2 = \frac{v_0^2}{2\,a}$$

Imagine agora que a força que está fazendo esse corpo parar é a força de atrito cinético $\vec{F}_A^{(C)} = -\mu_C \eta\, \hat{x}$. Então, a 2ª lei de Newton diz que se a massa do corpo é m segue que: $m\,a = \mu_C \eta \;\Rightarrow a = \mu_C \eta\,/m$. Não está dito, mas, para uma superfície horizontal segue que $\eta = m\,g$ e, portanto: $a = \mu_C\,g$.

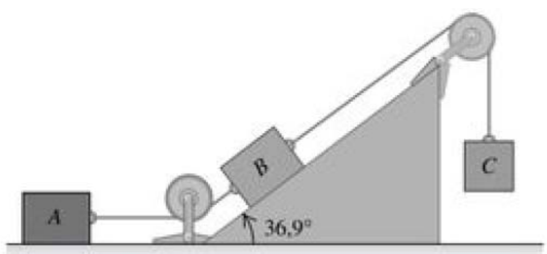
Concluindo, esse corpo desliza sob ação do atrito cinético após receber uma velocidade inicial v_0 e ele para após percorrer a distância:

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2\,a} = \frac{v_0^2}{2\,\mu_C\,g}$$

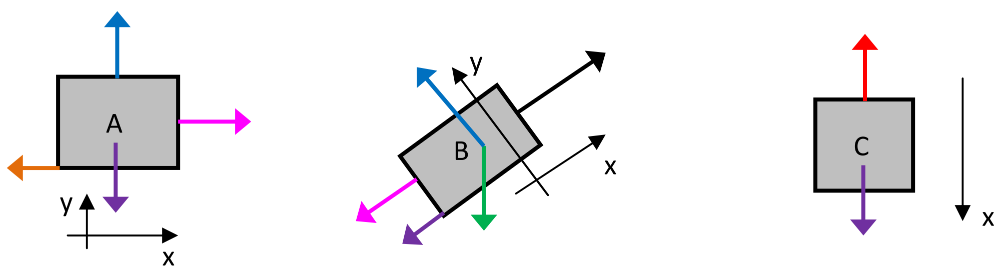
Quanto menor o atrito (menor μ_C), mais longe ele vai. Se não houvesse atrito ($\mu_C = 0$), ele não iria parar nunca: $\Delta x \to \infty$.

Imagine que utilizemos um óleo lubrificante que faz com que o coeficiente de atrito caia à metade: $\mu_C \to \mu_C/2$. Então, o mesmo corpo vai deslizar o dobro da distância até parar: $\Delta x \to 2\,\Delta x$.

A tabela 5.1 diz que para latão/aço vale $\mu_C = 0{,}44$ e para teflon/aço vale $\mu_C = 0{,}04$. O teflon reduz bastante o atrito nesse deslizamento: μ_C(teflon/aço)/ μ_C(latão/aço)$\cong 0{,}091$. Portanto, na presença do teflon a arruela desliza mais tal que Δx(teflon/aço)/ Δx(latão/aço)$= (0{,}091)^{-1} \cong 11$. O teflon faz com que a arruela deslize 11 vezes mais antes de parar, se ela parte com a mesma velocidade v_0.



EP5.45 Vamos assumir que o bloco C desce e que, como não poderia deixar de ser, o bloco B sobe o plano inclinado e o bloco A desliza para a direita. Para cada bloco adotaremos um referencial com eixo x ao longo de seu movimento. Vamos chamar de θ a inclinação do plano inclinado e vamos supor que todos os blocos estão acelerados. Note que as cordas produzem um vínculo entre os movimentos, de tal forma que todos os blocos têm a mesma aceleração, em módulo, que vamos chamar de a.



Para o bloco A: Ao longo de y peso (seta roxa) e normal (seta azul) se cancelam: $\eta_A = M_A\,g$. Ao longo de x a corda puxa com $\vec{T}_1$ (seta rosa) e o atrito cinético atrapalha com $\vec{F}_{AA}^{(C)}$ (seta laranja). A 2ª lei de Newton diz que: $T_1 - F_{AA}^{(C)} = M_A\,a \Rightarrow T_1 - \mu_C \eta_A = M_A\,a$. Conclusão: $T_1 - \mu_C M_A g = M_A\,a$.

Para o bloco B: Ao longo de y a componente y do peso (seta verde) e a normal (seta azul) se cancelam: $\eta_B = M_B\, g \cos(\theta)$. Note que θ é o ângulo entre o peso (vertical) e a direção y normal ao plano inclinado. Ao longo de x a corda inclinada puxa com $\vec{T}_3$ (seta preta) e a corda atada em A puxa com $\vec{T}_2$ (seta rosa). Note que $T_1 = T_2$(mesma corda leve e livre). O atrito cinético atrapalha com $\vec{F}_{AB}^{(C)}$ (seta roxa) e a componente x do peso (seta verde) também atrapalha. A 2ª lei de Newton diz que: $T_3 - T_1 - M_B g\,\mathrm{sen}(\theta) - F_{AB}^{(C)} = M_B\, a \Rightarrow T_3 - T_1 - M_B g\,\mathrm{sen}(\theta) - \mu_C \eta_B = M_B\, a$. Conclusão: $T_3 - T_1 - M_B g\,[\mathrm{sen}(\theta) + \mu_C \cos(\theta)] = M_B\, a$.

Para o bloco C: Ao longo de x o peso (seta roxa) puxa para baixo e a corda vertical puxa para cima com $\vec{T}_4$ (seta vermelha). Note que $T_4 = T_3$(mesma corda leve e livre). A 2ª lei de Newton diz que: $M_C g - T_3 = M_C\, a$.

Assumindo que todo mundo se move em MRU ($a = 0$), conforme o enunciado, ficamos com as equações:

$$T_1 - \mu_C M_A g = 0 \qquad T_3 - T_1 - M_B g\,[\mathrm{sen}(\theta) + \mu_C \cos(\theta)] = 0 \qquad M_C g - T_3 = 0$$

Em princípio o peso P_C não foi dado. Vamos calcular esse peso e as tensões nas cordas. Da 1ª equação já descobrimos que a tensão na corda que conecta A e B é: $T_1 = \mu_C M_A g = \mu_C\, P_A$. Da 2ª equação já descobrimos que a tensão na corda que une B e C é $T_3 = T_1 + M_B g\,[\mathrm{sen}(\theta) + \mu_C \cos(\theta)] = \mu_C P_A + P_B[\mathrm{sen}(\theta) + \mu_C \cos(\theta)]$. Portanto, a 3ª equação fornece P_C: $P_C = M_C g = T_3$.

Com os dados numéricos obtemos: $T_1 \cong 8{,}75\, N$, $T_3 \cong 30{,}8\, N$ e $P_C \cong 30{,}8\, N$. A força resultante $\vec{R}$ é nula em cada um dos blocos.

d) Se cortarmos a corda que une A e B, isso equivale a fazer $T_1 = T_2 = 0$. A corda relaxa e deixa de puxar. Nesse caso o bloco A não se move, pois não há nada puxando ele. Vamos esquecer o bloco A. Para os blocos B e C ficamos com as equações, sem supor agora que todos se movem em MRU, não é o caso:

$$T_3 - 0 - M_B g\,[\mathrm{sen}(\theta) + \mu_C \cos(\theta)] = M_B\, a \qquad M_C g - T_3 = M_C\, a$$

Vamos encontrar o módulo da aceleração dos blocos (a) e a tensão $T_3 = T_4$ na corda que une B e C.

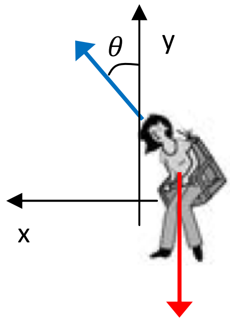
Somando as duas equações ficamos com: $M_C g - M_B g\,[\mathrm{sen}(\theta) + \mu_C \cos(\theta)] = (M_B + M_C)\, a$. Portanto:

$$a = \left[\frac{M_C - M_B[\mathrm{sen}(\theta) + \mu_C \cos(\theta)]}{M_B + M_C}\right] g$$

Da 2ª equação obtemos: $T_3 = M_C(g - a)$. Portanto:

$$T_3 = M_C\left[1 - \frac{M_C - M_B[\mathrm{sen}(\theta) + \mu_C \cos(\theta)]}{M_B + M_C}\right] g = M_C M_B \left[\frac{1 + \mathrm{sen}(\theta) + \mu_C \cos(\theta)}{M_B + M_C}\right] g$$

Com os dados numéricos obtemos (já calculamos $M_C = P_C/g$): $a \cong 1{,}54\, m/s^2$ e $T_3 \cong 25{,}9\, N$.



EP5.52 Vamos chamar de b (3,0 m) o comprimento do braço horizontal, de L (5,0 m) o comprimento do cabo e de θ (30,0°) o ângulo do cabo com a vertical (y). A Figura ao lado mostra as forças que atuam na passageira: o peso $\vec{P} = -M\,g\,\hat{y}$ (seta vermelha) puxa para baixo na vertical e a tensão $\vec{T}$ (seta azul) puxa obliquamente, ao longo do cabo. A reação $-\vec{T}$ tensiona o cabo. Considere o referencial xy em que y é vertical para cima e x é horizontal centrípeto, aponta para o centro da órbita circular (em um plano horizontal) da passageira. Podemos ver da Figura que o raio r dessa órbita circular em torno do eixo vertical é $r = b + L\,\text{sen}(\theta)$ (essa é a distância horizontal (ao longo de x) da passageira até o eixo de rotação).

Um corpo em movimento circular uniforme (MCU) está acelerado, ele possui aceleração centrípeta de módulo:

$$a_{cen} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

sendo $v = \omega\,r$ a velocidade linear (m/s) do corpo ao longo do círculo de raio r e ω a velocidade angular de rotação do corpo (rad/s).

A 2ª lei de Newton ($\vec{R} = m\,\vec{a}$) diz que acelerações são produzidas por forças. Portanto, para que exista uma a_{cen} em um corpo de massa m, tem que haver uma força resultante $R_{cen} = m\,a_{cen}$ atuando nesse corpo. Note, isso não significa que você vai lá no diagrama de forças e vai acrescentar no diagrama essa força R_{cen}. Pelo contrário, você vai olhar o diagrama de forças já feito e vai enxergar nele que R_{cen} já está lá. Na presente situação, a direção centrípeta é a direção x. Note que já há no digrama de forças uma $R_x = T\,\text{sen}(\theta)$. Essa é a resultante centrípeta na passageira. Ao longo da vertical y obtemos: $T\cos(\theta) - m\,g = 0$ (não há nenhuma aceleração, nenhum movimento, nessa direção, posto que o MCU se dá sempre em um plano horizontal fixo).

Conclusão:

$$m\,a_{cen} = m\frac{v^2}{r} = m\,\omega^2 r = T\,\text{sen}(\theta)$$

Ao longo de y vemos que $T = mg/\cos(\theta)$. Portanto:

$$m\frac{v^2}{r} = m\,\omega^2 r = T\,\text{sen}(\theta) = \frac{mg}{\cos(\theta)}\text{sen}(\theta) \Rightarrow \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = g\tan(\theta)$$

a) Dado θ, qual o período $\mathcal{T}$ do movimento circular?

Sabemos ($\mathcal{T}$ é o tempo para uma volta completa) que $\omega = 2\pi/\mathcal{T}$, portanto:

$$\omega^2 r = g\tan(\theta) \Rightarrow \omega^2 = \left(\frac{2\pi}{\mathcal{T}}\right)^2 = \frac{g}{r}\tan(\theta) \Rightarrow \mathcal{T} = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g\tan(\theta)}}$$

Lembrando que no presente caso $r = b + L\,\text{sen}(\theta)$, obtemos finalmente:

$$\mathcal{T} = 2\pi\sqrt{\frac{b + L\,\text{sen}(\theta)}{g\tan(\theta)}}$$

Com os dados numéricos obtemos: $\mathcal{T} \cong 6{,}19\ s$.

b) Fixando ω (e $\mathcal{T}$), o ângulo θ de inclinação do cabo será tal que:

$$\omega^2 r = g \tan(\theta) \Rightarrow \tan(\theta) = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{\omega^2[b + L\,\text{sen}(\theta)]}{g} \Rightarrow g \tan(\theta) = \omega^2[b + L\,\text{sen}(\theta)]$$

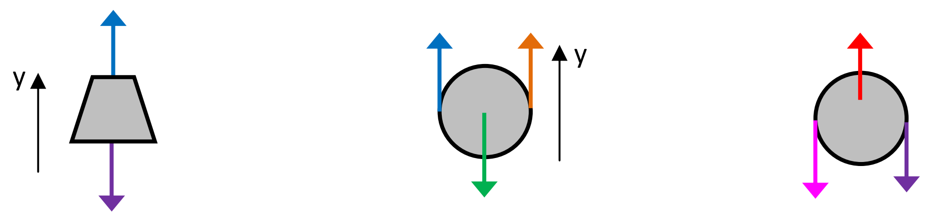
Essa equação para θ (bastante complicada, por sinal) não depende da massa m da passageira. Todos os passageiros, gordos ou magros, girarão com o mesmo ângulo θ de inclinação do cabo. O ângulo θ está determinado apenas pela taxa de rotação ω, pelas dimensões (b e L) do brinquedo e pela gravidade g.

Apenas para ilustrar, imagine que θ é um ângulo pequeno. Nesse caso vale: $\tan(\theta) = \text{sen}(\theta) = \theta$ (basta você olhar as expansões em série de Taylor dessas funções trigonométricas, com θ em radianos). Portanto, a equação para θ (em radianos) fica:

$$g \tan(\theta) = \omega^2[b + L\,\text{sen}(\theta)] \Rightarrow g\,\theta = \omega^2[b + L\,\theta] \Rightarrow \theta = \frac{\omega^2\, b}{g - \omega^2\, L}$$

Vemos que para $\omega \to 0$ o cabo vai se tornando vertical, $\theta \to 0$, e quando ω aumenta o cabo vai se tornando mais inclinado. Maiores velocidades de rotação exigem maiores forças centrípetas e um cabo mais inclinado.

EP5.62 Vamos usar aqui a propriedade que diz que para uma corda/corrente leve e não "agarrada" em nada (sem atritos e com polias leves) a tensão é a mesma em qualquer ponto. Os diagramas de força ficam:



Na polia mais à direita a corda é puxada pela força $\vec{F}$ (seta roxa) e essa mesma força se propaga para a extremidade esquerda da corda (seta rosa $= \vec{F}$). A força $\vec{T}_1$ (seta vermelha) fixa a polia ao teto, através da corrente. Portanto, $-\vec{T}_1$ (reação) é a tensão na corrente que vai no teto. Essa polia está parada e a 1ª lei de Newton diz que: $\vec{T}_1 + \vec{F} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_1 = -2\,\vec{F}$. Concluímos que $\vec{T}_1$ é oposta à $\vec{F}$ (como já está definido na figura) e de módulo $T_1 = 2\,F$.

Na polia mais à esquerda a corda é puxada por uma força $\vec{F}_1 = -\vec{F}$ (seta laranja) e essa mesma força se propaga para a extremidade direita da corda (seta azul $= \vec{F}_1$). A força $\vec{T}_2$ (seta verde) é a força da extremidade superior da corrente no centro dessa polia. Portanto, $-\vec{T}_2$ (reação) é a tensão na corrente que vai no peso. Por hipótese essa polia sobe em MRU ao longo de y e a 1ª lei de Newton diz que: $\vec{T}_2 + \vec{F}_1 + \vec{F}_1 = \vec{0} \Rightarrow$ $\vec{T}_2 = -2\,\vec{F}_1$. Concluímos que $\vec{T}_2$ é paralela à $\vec{F}$ (como já está definido na figura) e de módulo $T_2 = 2\,F_1 = 2\,F$.

Finalmente, no peso a corrente puxa com uma força $-\vec{T}_2$, que vem pela corrente (seta azul) e o peso $\vec{P}$ puxa para baixo (seta roxa). Por hipótese esse peso sobe em MRU ao longo de y e a 1ª lei de Newton diz que:

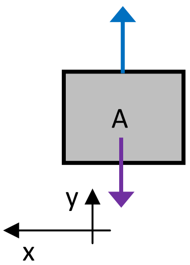
$-\vec{T}_2 + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_2 = \vec{P}$. Concluímos que $\vec{T}_2$ (seta verde na polia da esquerda) é paralela à $\vec{F}$ (como já está definido na figura) e de módulo $T_2 = P$.

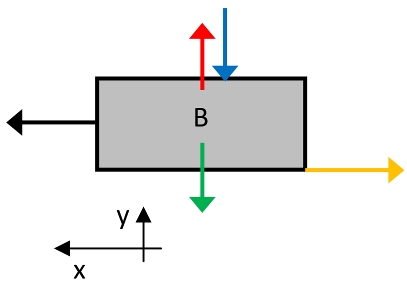
Portanto, juntando $T_2 = 2\,F$ com $T_2 = P$ concluímos que $F = P/2$.

Essa é uma máquina de Atwood que dá um ganho de força: conseguimos erguer um peso P aplicando na extremidade da corda uma força que é apenas metade, $F = P/2$.

Mas, note uma desvantagem: se puxarmos 1 metro de corda para baixo, o peso só vai subir a metade, 0,5 metro. Aplicamos metade da força e temos que puxar pelo dobro da distância. Quando estudarmos os conceitos de trabalho e energia, vamos entender que essa máquina nos dá um ganho de força, mas não há nenhum ganho de energia. Gastamos a mesma quantidade de energia para erguer o peso, quer usemos ou não essa máquina. Mas, o ganho de força já pode tornar possível o que poderia ser impossível para uma pessoa apenas, por exemplo, erguer uma massa de 100 kg.

EP5.67 a) Os blocos A e B se movem juntos em MRU, ou seja, a resultante das forças horizontais sobre cada bloco é nula (1ª lei de Newton). Os diagramas de força ficam:





Para o bloco A, ele não tem nenhuma tendência de deslizar (pense em você dentro de um ônibus em MRU) e, por isso, não há nenhuma força de atrito nele. Há apenas o peso $\vec{P}_A$ e a força normal $\vec{\eta}_A$ (seta azul) com que a superfície superior do bloco B repele a superfície inferior do bloco A. A 1ª lei de Newton ao longo de y (em que não há nenhum movimento) diz que $R_y = \eta_A - P_A = 0$. Ao longo de x não há força resultante e nem aceleração, ou seja, a 1ª lei de Newton ao longo de x diz que $0 = 0$ (não diz nada).

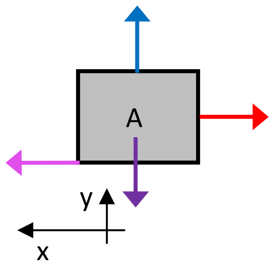
Para o bloco B, ele é puxado pela força $\vec{F}$ (seta preta) e desliza para a esquerda em MRU. Há uma força de atrito cinético nele produzida pelo piso $\vec{F}_A^{(C)}$ (seta laranja). Ao longo de y há o peso $\vec{P}_B$ (seta verde), a força normal $\vec{\eta}_B$ (seta vermelha) com que a superfície do piso repele a superfície inferior do bloco B e a reação $-\vec{\eta}_A$ (seta azul) com que o bloco A pressiona o bloco B para baixo. A 1ª lei de Newton ao longo de y (em que não há nenhum movimento) diz que $R_y = \eta_B - \eta_A - P_B = 0$. Ao longo de x não há força resultante e nem aceleração, ou seja, a 1ª lei de Newton ao longo de x diz que $R_x = F - F_A^{(C)} = 0$.

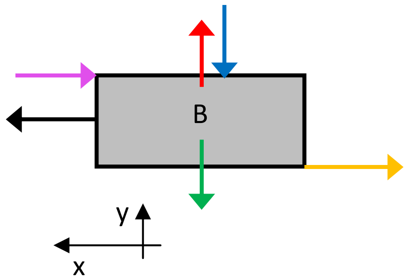
Concluímos que a força F necessária para produzir esse resultado é: $F = F_A^{(C)} = \mu_C\, \eta_B$. Essa força $\vec{F}$ tem que equilibrar a força de atrito $\vec{F}_A^{(C)}$ que o piso faz no bloco B. Já vimos também que $\eta_B = \eta_A + P_B$ e $\eta_A = P_A$, ou seja: $\eta_B = P_A + P_B$. O piso tem que sustentar o peso dos dois blocos. Concluindo:

$$F = \mu_C\, \eta_B = \mu_C (P_A + P_B)$$

Com os dados numéricos obtemos: $F = 1{,}44\ N$.

b) Apenas o bloco B se move em MRU. O bloco A fica preso pela corda (estático). Novamente, a resultante das forças horizontais sobre cada bloco é nula (1ª lei de Newton). Os diagramas de força ficam:





Agora as superfícies dos blocos arrastam uma na outra e surge uma força de atrito cinético entre eles (setas rosas). Para o bloco A, ele desliza para trás sobre o bloco B e nasce a força de atrito cinético $\vec{F}_{AAB}^{(C)}$ (seta rosa). A corda puxa o bloco para trás com uma força $\vec{T}$ (seta vermelha) fixando o bloco A. Em y há apenas o peso $\vec{P}_A$ e a força normal $\vec{\eta}_A$ (seta azul) com que a superfície superior do bloco B repele a superfície inferior do bloco A. A 1ª lei de Newton ao longo de y (em que não há nenhum movimento) diz que $R_y = \eta_A - P_A = 0$. Ao longo de x não há força resultante e nem aceleração (repouso), ou seja, a 1ª lei de Newton ao longo de x diz que $R_x = F_{AAB}^{(C)} - T = 0$.

Para o bloco B, ele é puxado pela força $\vec{F}$ (seta preta) e desliza para a esquerda em MRU. Há uma força de atrito cinético nele produzida pelo piso $\vec{F}_A^{(C)}$ (seta laranja). Ao longo de y há o peso $\vec{P}_B$ (seta verde), a força normal $\vec{\eta}_B$ (seta vermelha) com que a superfície do piso repele a superfície inferior do bloco B e a reação $-\vec{\eta}_A$ (seta azul) com que o bloco A pressiona o bloco B para baixo. Há também a força de atrito $-\vec{F}_{AAB}^{(C)}$ (seta rosa) produzida pelo bloco A, que é a reação à força $\vec{F}_{AAB}^{(C)}$ que B produz em A. A 1ª lei de Newton ao longo de y (em que não há nenhum movimento) diz que $R_y = \eta_B - \eta_A - P_B = 0$. Ao longo de x não há força resultante e nem aceleração (MRU), ou seja, a 1ª lei de Newton ao longo de x diz que $R_x = F - F_A^{(C)} - F_{AAB}^{(C)} = 0$.

Concluímos que a força F necessária para produzir esse resultado é:

$$F = F_A^{(C)} + F_{AAB}^{(C)} = \mu_C\, \eta_B + \mu_C \eta_A$$

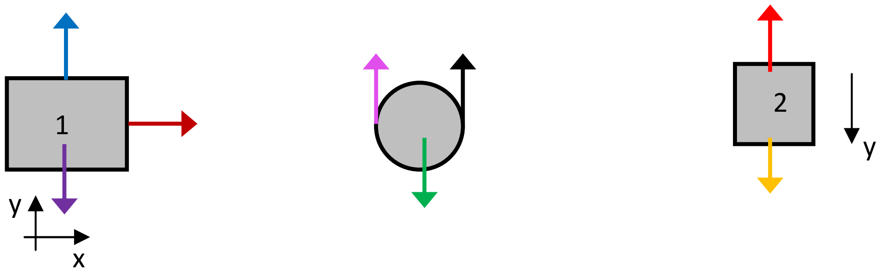
Essa força $\vec{F}$ tem que equilibrar as duas forças de atrito $\vec{F}_A^{(C)}$ e $-\vec{F}_{AAB}^{(C)}$ que o piso e o bloco A fazem no bloco B. Já vimos também que $\eta_B = \eta_A + P_B$ e $\eta_A = P_A$, ou seja: $\eta_B = P_A + P_B$. O piso tem que sustentar o peso dos dois blocos. Concluindo:

$$F = \mu_C\, \eta_B + \mu_C \eta_A = \mu_C (P_A + P_B) + \mu_C P_A = \mu_C (2\, P_A + P_B)$$

A presença do bloco A sobre B contribui nas duas forças de atrito que atuam em B, na força de atrito que o próprio bloco A faz em B, $-\vec{F}_{AAB}^{(C)}$, e na força de atrito que B sofre com o piso, pois a presença de A aumenta o contato de B com o piso, através de $-\vec{\eta}_A$. O bloco A pressiona o bloco B contra o piso e aumenta o atrito entre o bloco B e o piso. Por isso há o fator 2 na expressão $2\,P_A + P_B$.

Com os dados numéricos obtemos: $F = 1{,}80\ N$.

5.87 Vamos considerar que a tensão é a mesma (em módulo) em qualquer ponto de uma dada corda. Os diagramas de força ficam como abaixo. Adotamos referenciais com um eixo ao longo do movimento de cada bloco.



No bloco 1 há o peso $\vec{P}_1$ (seta roxa) e a força normal $\vec{\eta}_1$ da mesa no bloco 1. Ao longo de x há a força $\vec{T}_1$ com que a corda tensionada puxa esse bloco (seta vermelha). Não há atrito. Na polia móvel há a força $\vec{T}_2$ (seta rosa) aplicada pela extremidade esquerda da corda (note que $T_2 = T_1$) e a força $\vec{T}_3$ (seta preta) aplicada pela extremidade direita da corda (note que $T_3 = T_2 = T_1 = T$). Há também a força $\vec{T}_4$ (seta verde) aplicada pela corda anexada ao centro da polia. No bloco 2 há o peso $\vec{P}_2$ (seta laranja) e a força $\vec{T}_5$ (seta vermelha) que a corda anexada ao centro da polia faz nesse bloco (seta vermelha). Note que $T_5 = T_4$.

Vamos supor que o bloco 1 vai ao longo de x com aceleração de módulo a_1 e que o bloco 2 desce ao longo de (seu eixo) y com aceleração de módulo a_2.

Para o bloco 1, ao longo de y (sem nenhum movimento) a 1ª lei de Newton diz que: $R_y = \eta_1 - P_1 = 0$. Ao longo de x, a segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = m\,\vec{a}$ e, portanto, $R_x = T_1 = T = m_1\,a_1$.

Para o bloco 2, ao longo de y, a segunda lei de Newton diz que $\vec{R} = m\,\vec{a}$ e, portanto, $R_y = P_2 - T_5 = m_2\,a_2$.

A polia móvel não tem massa ($m = 0$) e, portanto, a 2ª lei de Newton ou a 1ª lei de Newton dizem a mesma coisa (dão na mesma): $T_2 + T_3 - T_4 = 2T - T_5 = m\,a = 0$. Portanto: $T_5 = 2\,T$.

Temos que determinar a_1 e a_2. Na equação para o bloco 2 obtemos: $P_2 - T_5 = m_2\,a_2 \Rightarrow P_2 - 2\,T = m_2\,a_2$. Na equação para o bloco 1 obtemos: $T = m_1\,a_1$.

Vemos que produzimos duas equações que contém 3 incógnitas: a_1, a_2 e T. Precisamos de mais uma equação. As leis de Newton já se esgotaram e a 3ª equação vai vir do vínculo entre os movimentos, produzido pela conexão através de cordas e polias entre os blocos. Note que se o bloco 1 avança 1 cm ao longo de x, o bloco 2 só desce 0,5 cm ao longo de y. Esse é o vínculo entre os movimentos dos blocos: $v_1 = 2\,v_2$ e $a_1 = 2\,a_2$. Portanto, podemos eliminar a_1 das nossas duas equações restantes e ficamos com:

$$P_2 - 2\,T = m_2\,a_2$$

$$T = 2\,m_1\,a_2$$

Juntando as duas: $P_2 - 4\,m_1 a_2 = m_2\,a_2$. Concluindo:

$$a_2 = \frac{P_2}{4\,m_1 + m_2} = \frac{m_2}{4\,m_1 + m_2}g$$

$$a_1 = 2a_2 = \frac{2m_2}{4\,m_1 + m_2}g$$

5.118 O carrinho de massa m (1,60 kg) descreve um MCU em um plano vertical, de raio r (5,0 m), com velocidade (linear) de módulo constante v (12,0 m/s).

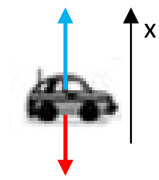
O MCU é um movimento acelerado, pois a velocidade $\vec{v}$ muda de direção o tempo todo (tangenciando a órbita circular). Sabemos que no MCU há apenas uma aceleração centrípeta a_{cen}, não há aceleração tangencial a_{tan}, posto de v é constante (mas o vetor $\vec{v}$ varia). Sabemos também que $a_{cen} = v^2/r$. Portanto, a segunda lei de Newton $\vec{R} = m\,\vec{a}$ diz que:

$$R_{tan} = 0$$

$$R_{cen} = m\frac{v^2}{r}$$

Essa última equação vai nos fornecer o valor da normal η no carrinho, pois a força $\vec{\eta}$ está em R_{cen}. Para isso temos que olhar os diagramas de força do carrinho. Tanto em A quanto em B.

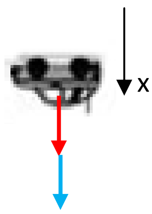
No ponto A:



O peso $P = m\,g$ (seta vermelha) puxa o carrinho para baixo e a força normal $\vec{\eta}_A$ (seta azul) é a força com que a superfície repele o carrinho. O eixo x é centrípeto. Obtemos:

$$R_{cen} = R_x = \eta_A - m\,g = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \eta_A = m\frac{v^2}{r} + mg$$

No ponto B:



A ideia é a mesma. O peso $P = m\,g$ (seta vermelha) puxa o carrinho para baixo e a força normal $\vec{\eta}_B$ (seta azul) é a força com que a superfície repele o carrinho. O eixo x é centrípeto. Obtemos:

$$R_{cen} = R_x = \eta_B + m\,g = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \eta_B = m\frac{v^2}{r} - mg$$

Vemos que quando o carrinho passa pelo ponto mais baixo (A) ele pressiona mais o piso e o piso reage com uma força maior $\vec{\eta}_A$ do que ocorre no ponto B. No ponto B o próprio peso do carrinho já contribui com R_{cen} e, por isso, é necessária uma força de contato $\vec{\eta}_B$ menor: o carrinho “se sente” pressionando menos a superfície. O carrinho “se sente” mais leve em B e mais pesado em A.

Com os dados numéricos obtemos: $\eta_A \cong 61{,}8\ N$ e $\eta_B \cong 30{,}4\ N$.

Note que existe uma velocidade mínima para o carrinho conseguir passar por B sem perder o contato com a superfície, que seria equivalente a fazer $\eta_B = 0$. A velocidade mínima é:

$$\eta_B = m\frac{v^2}{r} - mg = 0 \Rightarrow v = \sqrt{g\,r}$$

Se o carrinho passar por B com velocidade $v < \sqrt{g\,r}$ ele não consegue se manter na pista circular, porque ele perde contato com a pista e passa a cair em queda livre (em uma trajetória parabólica) sob ação apenas de seu peso.

A presença desses loops é comum em montanhas russas e o carrinho deve ter sempre velocidade suficiente para poder passar pelos pontos mais altos do loop. Mas, é verdade que a equação

$$\eta_B = m\frac{v^2}{r} - mg$$

diz que se $v < \sqrt{g\,r}$ ainda é possível o carrinho percorrer o círculo, desde que η_B se torne negativa. O que seria uma η_B negativa? Seria uma força $\vec{\eta}_B$ com o sentido oposto ao que desenhamos no nosso diagrama. Seria impossível uma simples superfície de apoio produzir essa força no carrinho, mas, se houver um encaixe do carrinho em trilhos, de tal forma que quando ele tiver a tendência de cair ele se apoie nesse encaixe e nasça essa força $\vec{\eta}_B$ para cima no carrinho (em B), ele ainda pode continuar em sua trajetória circular.

Algo como mostrado na Figura ao lado.