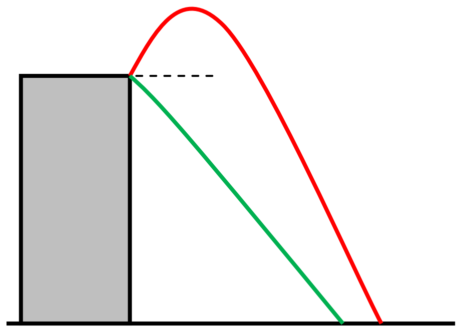
EP7.5 A bola de massa m é lançada (no ponto A) com velocidade inicial de módulo v_0 que faz um ângulo θ com a horizontal, do alto de um edifício de altura H. A bola cai até o solo (ponto B). A Figura ao lado ilustra as trajetórias parabólicas para θ acima (vermelha) ou abaixo (verde) da horizontal. No segundo caso a bola não chega a subir, ela apenas cai.



Vamos considerar que atue na bola uma força de arraste $\vec{A}$ que aponta sempre oposta à velocidade da bola, ou seja, $\theta = 180°$. Portanto, o trabalho do arraste em qualquer caso será necessariamente negativo:

$$W_{\vec{A}} < 0$$

O teorema W-E afirma que o trabalho deste arraste na bola é igual à variação da energia total $E = K + U_g$ da bola. Se a bola se desloca desde A até B, o teorema W-E fica:

$$W_{\vec{A}}(A,B) = \Delta E = [K(B) + U(B)] - [K(A) + U(A)] = [K(B) + 0] - [K(A) + mgH]$$

sendo $K = m\,v^2/2$. Note que nossa referência de altura é (comumente) o solo.

Portanto, a velocidade da bola no solo (B) será dada por:

$$K(B) = K(A) + mgH + W_{\vec{A}} \Rightarrow v_B^2 = v_0^2 + 2\,gH + \frac{2W_{\vec{A}}}{m}$$

a e b) Se desprezarmos o arraste, queda livre, segue que: $v_B^2 = v_0^2 + 2\,gH$. Portanto, a velocidade final da bola é a mesma, para qualquer θ, e não importa se acima ou abaixo da horizontal. O que importa é a velocidade inicial (em módulo) e a altura inicial da bola. A energia mecânica da bola se conserva e ela vai ter em B o que tinha em A. Esse resultado não depende de nossa escolha de referência de alturas.

c) Note que como vale $W_{\vec{A}} < 0$, na presença do arraste a energia cinética e a velocidade final da bola serão sempre menores que no caso da queda livre. Uma parte da energia do sistema é transferida ("perdida") para o ar circundante. Esperamos que na trajetória mais longa (vermelha) o arraste realize um trabalho maior, em módulo, produzindo uma maior perda de energia da bola. Por isso a bola teria mais velocidade no solo se caísse na trajetória verde.

Conclusão: para as forças conservativas (como o peso) a trajetória é irrelevante, só interessam os pontos A e B. Para as forças não-conservativas (como o arraste) a trajetória é importante, além dos pontos extremos A e B dessa trajetória. Essa é a diferença marcante entre esses dois tipos de força.

EP7.10 A pedra é lançada com velocidade de módulo v_0 inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal e cai em queda livre. Considere um referencial com eixo y vertical para cima e eixo x horizontal. Portanto, a velocidade inicial da pedra é: $\vec{v}_0 = v_0\cos(\theta)\hat{x} + v_0\,\text{sen}(\theta)\,\hat{y}$.

Note, a velocidade é um vetor, pode ser decomposta em componentes vertical/horizontal, mas a energia cinética não, ela é uma grandeza escalar. A energia cinética inicial da pedra é:

$$K_0 = \frac{m}{2}\,[(v_0\cos(\theta))^2 + (v_0\,\mathrm{sen}(\theta))^2] = \frac{m\,v_0^2}{2}$$

Ela independe do ângulo θ. Não há componentes da energia cinética.

Na queda livre a pedra não sofre força ou aceleração horizontal e, por isso, sua velocidade horizontal $v_0\cos(\theta)$ se mantém constante durante toda a trajetória.

Vamos considerar que A é o ponto de lançamento da pedra e B é o ponto onde ela atinge sua altura máxima H_{MAX}. Nesse ponto a velocidade vertical v_y da pedra se anula e só sobra $v_x = v_0\cos(\theta)$. Portanto:

$$K(B) = \frac{mv_x^2}{2} = \frac{m}{2}[v_0\cos(\theta)]^2$$

Atenção, nunca chame essa grandeza de K_x. Energia cinética não é vetor e não tem componentes x e y. Essa é a energia cinética da pedra na posição B de altura máxima. K é uma grandeza escalar.

O teorema W-E afirma que, na ausência de arraste na pedra sua energia mecânica total $E = K + U_g$ se conserva. Se a bola se desloca desde A até B, o teorema W-E fica:

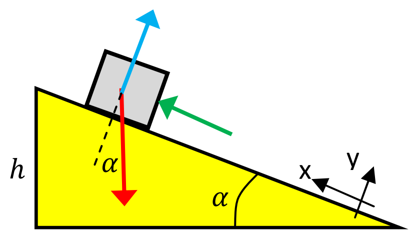
$$[K(B) + U(B)] = [K(A) + U(A)] \Rightarrow [K(B) + mgH_{MAX}] = [K_0 + 0]$$

sendo $K = m\,v^2/2$. Note que nossa referência de altura é (comumente) o solo.

Portanto:

$$\frac{m}{2}[v_0\cos(\theta)]^2 + mgH_{MAX} = \frac{m\,v_0^2}{2} + 0 \Rightarrow H_{MAX} = \frac{m\,v_0^2}{2\,mg}[1 - \cos^2(\theta)] = \frac{v_0^2}{2g}[\mathrm{sen}(\theta)]^2$$

EP7.13 A Figura ao lado ilustra o forno de massa m sendo empurrado ao longo de x pela força constante $\vec{F}$ (seta verde). As outras forças no forno são o peso $\vec{P}$ (seta vermelha vertical) e a normal $\vec{\eta}$ (ao longo de y). O coeficiente de atrito cinético forno/rampa é μ_C, a inclinação é α e h é a altura da rampa.



a) O trabalho que a força constante $\vec{F}$ realiza no forno enquanto ele se desloca de A até B é dado por:

$$W_F(A,B) = \vec{F}\cdot\vec{D}(A,B) = F\,D(A,B)\cos(\theta) = F\,D(A,B)\cos(0°) = F\,D$$

sendo D ($8\,m$) o módulo do deslocamento $\vec{D}(A,B)$ do forno ao longo de x.

b) A força de atrito cinético $\vec{F}_A^{(C)}$, de módulo $F_A^{(C)} = \mu_c\,\eta = \mu_C\,mg\cos(\alpha)$, atua sempre oposta ao deslocamento do forno ($\theta = 180°$). O trabalho que a força constante $\vec{F}_A^{(C)}$ realiza no forno enquanto ele se desloca de A até B é dado por:

$$W_{\vec{F}_A^{(C)}}(A,B) = \vec{F}_A^{(C)}\cdot\vec{D}(A,B) = F_A^{(C)}\,D(A,B)\cos(\theta) = F_A^{(C)}\,D(A,B)\cos(180°) = -\mu_C\,mg\cos(\alpha)\;D$$

c) Do triângulo retângulo vemos que $h = D\,\mathrm{sen}(\alpha)$. Portanto, a variação de energia potencial gravitacional do forno no percurso AB foi:

$$\Delta U_g = U_g(B) - U_g(A) = mgh = mgD\,\mathrm{sen}(\alpha)$$

A força normal $\vec{\eta}$ no forno não realiza trabalho ($\theta = 90°$).

d) Na ausência de outras forças no forno, o teorema W-E afirma que a soma do trabalho do atrito no forno e da força $\vec{F}$ é igual à variação da energia total $E = K + U_g$ dele. Se o forno se desloca desde A até B, o teorema W-E fica:

$$W_{\vec{F}_A^{(C)}}(A,B) + W_F(A,B) = \Delta E = \Delta K + \Delta U_g = \Delta K + mgD\,\mathrm{sen}(\alpha)$$

sendo $K = m\,v^2/2$. Concluindo:

$$\Delta K = FD - \,mg\,D[\mu_C \cos(\alpha) + \mathrm{sen}(\alpha)]$$

e) O teorema W-E é uma conseqüência da 2ª lei de Newton para uma partícula e leva às mesmas conclusões, portanto, da aplicação direta dessa lei (apenas utilizando conceitos diferentes).

Vemos que o forno sobe o plano inclinado com aceleração constante (em x) dada por:

$$a_x = \frac{F - \mu_C\,mg\cos(\alpha) - \,mg\,\mathrm{sen}(\alpha)}{m} = \frac{F}{m} - g\,[\mu_C \cos(\alpha) + \mathrm{sen}(\alpha)]$$

Da cinemática com aceleração constante, a velocidade do forno cresce no tempo de acordo com:

$$v(t) = v_0 + a_x\,t$$

Sua posição ao longo de x evolui de acordo com:

$$x(t) = x_0 + v_0\,t + \frac{a_x}{2}t^2$$

Para percorrer a distância D ao longo de x o forno leva o tempo $t_1 > 0$:

$$x(t_1) - x_0 = D = v_0\,t_1 + \frac{a_x}{2}t_1^2 \Rightarrow a_x t_1^2 + 2\,v_0 t_1 - 2D = 0 \;\Rightarrow t_1 = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2\,a_x D}}{a_x}$$

Portanto, sua velocidade final fica:

$$v(t_1) = v_0 + a_x\,t_1 = \sqrt{v_0^2 + 2\,a_x D}$$

Sua energia cinética final será:

$$K(B) = \frac{m}{2}[v(t_1)]^2 = \frac{m}{2}(v_0^2 + 2\,a_x D)$$

A variação de energia cinética será dada por:

$$\Delta K = K(B) - m\frac{v_0^2}{2} = \frac{m}{2}(v_0^2 + 2\,a_x D) - m\frac{v_0^2}{2} = m\,a_x D = D\,[F - m\,g\,[\mu_C \cos(\alpha) + \mathrm{sen}(\alpha)]]$$

EP7.19 Uma mola faz uma força que depende de seu estado de deformação (compressão ou dilatação). Se chamarmos de x essa deformação, sendo $x = 0$ = mola relaxada, $x > 0$ mola dilatada de x e $x < 0$ mola comprimida de uma distância $|x|$, a força de mola tem componente do longo do eixo (x) da mola dada por: $F_M(x) = -k\,x$ (k é a constante de "dureza" da mola). O sinal de – expressa a ideia de que uma mola dilatada puxa ($\vec{F}_M$ é oposta ao eixo x) e uma mola comprimida empurra ($\vec{F}_M$ é paralela ao eixo x) o corpo que está atado à extremidade livre da mola. A força de mola é conservativa e podemos associar a ela uma energia potencial elástica (ou de mola) dada por:

$$U_E = \frac{k}{2} x^2$$

Essa é a capacidade que uma mola deformada de x tem de realizar trabalho sobre outros corpos em contato com ela (através da força de mola).

a) Se fixarmos que queremos uma energia disponível $U_E = U_0$ na mola, basta deformar a mola de:

$$x_0 = \pm\sqrt{2\,U_0/k}$$

Não importa se a mola estará comprimida ou dilatada, mas, uma mola dilatada puxa e uma mola comprimida empurra o corpo que está atado à sua extremidade livre.

b) Considere o sistema livro+mola. Ao livro podemos associar uma energia cinética K e uma energia potencial gravitacional U_g. À mola (sem massa) podemos associar (apenas) uma energia potencial elástica U_E.

Considere o livro de massa m caindo na mola apoiada no solo. O livro parte de A, do repouso, quando sua altura em relação à extremidade livre e relaxada da mola era H. Aqui precisamos definir uma referência conveniente de altura, medida em relação a um ponto fixo (a extremidade livre da mola não está fixa, não é uma referência boa). Por exemplo, vamos chamar de $h = 0$ a altura do ponto A de partida do livro. Alturas mais baixas serão negativas, portanto (profundidades).

Note então que para a configuração inicial A do sistema vale:

$$K(A) = 0 \qquad\qquad U_g(A) = 0 \qquad\qquad U_E(A) = 0$$

Ao final, na configuração B, o livro estará:

i) comprimindo a mola de uma distância $|x_f|$
ii) em uma altura mais baixa $-(H + |x_f|)$ (altura H + distância de compressão da mola, negativa)
iii) parado (compressão máxima)

Usamos aqui o módulo em $|x_f|$ apenas porque x_f seria uma compressão, ou seja, $x_f < 0$. Mas, isso não é importante, já que não vamos usar a expressão da força de mola e sim de $U_E(x)$. Juntando isso tudo, concluímos que para a configuração final B do sistema vale:

$$K(B) = 0 \qquad\qquad U_g(B) = -m\,g\,(H + |x_f|) \qquad\qquad U_E(B) = \frac{k}{2} x_f^2$$

O teorema W-E afirma que, na ausência de outras forças (arraste) na queda do livro a energia mecânica total $E = K + U_g + U_E$ do sistema se conserva. Se o sistema vai da configuração A para a configuração B, o teorema W-E fica:

$$\left[K(B) + U_g(B) + U_E(B)\right] = \left[K(A) + U_g(A) + U_E(A)\right]$$

Portanto:

$$-m\,g\,(H+|x_f|)+\frac{k}{2}x_f^2=0\Rightarrow k\,|x_f|^2-2\,mg\,|x_f|-2\,m\,g\,H=0$$

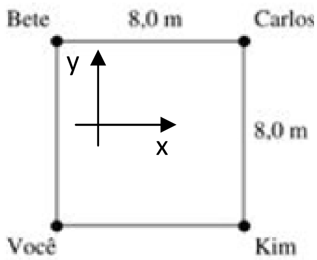
Concluindo:

$$|x_f|=\frac{mg+\sqrt{(mg)^2+2\,mg\,kH}}{k}$$

Obtemos o valor numérico $|x_f|\cong 0{,}12\ m$.

Na posição de compressão máxima o livro não está em equilíbrio, pelo contrário, ele está instantaneamente parado, mas submetido a uma força resultante para cima que vai lançá-lo de volta ao ar.

7.30



Para facilitar as coisas, vamos chamar de B, C K e V os vértices do quadrado de lado L. O livro tem massa m e o coeficiente de atrito cinético livro/solo é μ_C. Peso e normal não realizam trabalho nesses deslocamentos horizontais do livro e vale $\eta=mg$. Portanto, a força de atrito cinético no livro é constante e de módulo $F_A^{(C)}=\mu_c\,\eta=\mu_C\,mg$. Vamos considerar também o referencial xy na Figura.

A força de atrito cinético no livro atua sempre oposta ao deslocamento do livro ($\theta=180°$). O trabalho que a força constante $\vec{F}_A^{(C)}$ realiza no livro enquanto ele se desloca de A até B é dado por:

$$W_{\vec{F}_A^{(C)}}(A,B)=\vec{F}_A^{(C)}\cdot\vec{D}(A,B)$$

a) Se o livro vai de V até B ao longo do lado L:

$$\vec{F}_A^{(C)}=-\mu_C\,mg\,\hat{y}\qquad\vec{D}(V,B)=L\,\hat{y}\qquad W_{\vec{F}_A^{(C)}}(V,B)=-\mu_C\,mg\,L$$

Se o livro vai de B até C ao longo do lado L:

$$\vec{F}_A^{(C)}=-\mu_C\,mg\,\hat{x}\qquad\vec{D}(B,C)=L\,\hat{x}\qquad W_{\vec{F}_A^{(C)}}(B,C)=-\mu_C\,mg\,L$$

No percurso AC o trabalho total do atrito é: $W_{\vec{F}_A^{(C)}}(V,C)=-2\mu_C\,mg\,L$. O sinal de – vem do ângulo $\theta=180°$ entre a força e o deslocamento. Aqui ele surge naturalmente porque $\hat{x}\cdot\hat{x}=\hat{y}\cdot\hat{y}=1$.

b) O livro vai de V até C pela diagonal (considere $\hat{d}$ um vetor unitário ao longo da diagonal, apontando de V para C).

$$\vec{F}_A^{(C)}=-\mu_C\,mg\,\hat{d}\qquad\vec{D}(V,C)=\sqrt{2}\,L\,\hat{d}\qquad W_{\vec{F}_A^{(C)}}(V,C)=-\mu_C\,mg\,\sqrt{2}\,L$$

Note que $\hat{d}=(\sqrt{2}/2)\hat{x}+(\sqrt{2}/2)\hat{y}$, mas isso não é necessário. Apenas $\theta=180°$.

Esses resultados mostram que $W_{\vec{F}_A^{(C)}}(V,C)$ não depende apenas dos pontos V e C, ele depende da trajetória que o livro percorreu para ir de V até C. Trata-se de uma característica das forças não conservativas.

c) Se o livro vai de V até K ao longo do lado L:

$$\vec{F}_A^{(C)} = -\mu_C \, mg \, \hat{x} \qquad \vec{D}(V,K) = L \, \hat{x} \qquad W_{\vec{F}_A^{(C)}}(V,K) = -\mu_C \, mg \, L$$

Se o livro volta de K até V ao longo do lado L:

$$\vec{F}_A^{(C)} = \mu_C \, mg \, \hat{x} \qquad \vec{D}(K,V) = -L \, \hat{x} \qquad W_{\vec{F}_A^{(C)}}(K,V) = -\mu_C \, mg \, L$$

No percurso fechado VKV o trabalho total do atrito é: $W_{\vec{F}_A^{(C)}}(V,V) = -2\mu_C \, mg \, L$.

Mais uma característica de forças não conservativas: trabalho não nulo em trajetórias fechadas. No caso de forças conservativas, sempre vale $W(A,A) = 0$ para todo ponto A.

d) Não há dúvida de que a força de atrito cinético tem todas as características de uma força não-conservativa. Por isso, não podemos definir uma "energia potencial do atrito".

EP7.43 Considere que $x = 0$ é a posição da extremidade da mola relaxada. O bloco de massa m parte da posição $X_0 < 0$ $(-0{,}2 \, m)$, do repouso. Nessa posição a mola está comprimida de $x_0 = X_0$. Ao final, o bloco para, sob ação do atrito cinético, na posição $X_f > 0$. Nessa posição, a mola está relaxada: $x = 0$.

Peso e normal não realizam trabalho nesses deslocamentos horizontais do bloco e vale $\eta = mg$. Portanto, a força de atrito cinético no bloco é constante e de módulo $F_A^{(C)} = \mu_c \, \eta = \mu_C \, mg$.

Note então que para a configuração inicial A do sistema (bloco+mola) vale:

$$K(A) = 0 \qquad U_g(A) = 0 \qquad U_E(A) = kx_0^2/2$$

Para a configuração final B do sistema vale:

$$K(B) = 0 \qquad U_g(B) = 0 \qquad U_E(B) = 0$$

O teorema W-E afirma que o trabalho do atrito cinético varia a energia mecânica total $E = K + U_g + U_E$ do sistema. Se o sistema vai da configuração A para a configuração B, o teorema W-E fica:

$$W_{\vec{F}_A^{(C)}}(A,B) = \left[K(B) + U_g(B) + U_E(B)\right] - \left[K(A) + U_g(A) + U_E(A)\right] = -kx_0^2/2$$

Para calcular o trabalho do atrito levamos em conta que o deslocamento total do bloco é D $(1 \, m)$:

$$D(A,B) = X_f - X_0 = D$$

A força de atrito cinético no bloco atua sempre oposta ao deslocamento do bloco ($\theta = 180°$). O trabalho que a força constante $\vec{F}_A^{(C)}$ realiza no bloco enquanto ele se desloca de A até B é dado por:

$$W_{\vec{F}_A^{(C)}}(A, B) = F_A^{(C)}\, D(A, B) \cos(180°) = -\mu_C\, mg\, D$$

Lembrando que $x_0 = X_0$, obtemos finalmente:

$$-\mu_C\, mg\, D = -\frac{kX_0^2}{2}$$

Essa equação está dizendo que toda a energia potencial elástica que havia inicialmente no sistema foi convertida em energia interna/calor na ação do atrito cinético.

O coeficiente de atrito cinético é:

$$\mu_C = \frac{kX_0^2}{2mgD}$$

Com os dados numéricos obtemos: $\mu_C \cong 0{,}41$.

EP7.55 Vamos chamar de 1 a lata de massa m_1 inicialmente na altura h e de 2 a lata de massa $m_2 < m_1$ que está inicialmente no solo.

Vamos considerar o sistema 1+2 na ausência de atritos e energia cinética da polia e, portanto, partir da conservação da energia mecânica $K + U_g$ desse sistema de apenas duas massas. Considere uma referência de alturas com $h = 0$ no solo.

Na configuração inicial (A) vale:

$K_1(A) = 0$ $\qquad U_{g1}(A) = m_1 g\, h$ $\qquad K_2(A) = 0$ $\qquad U_{g2}(A) = 0$

Na configuração final (B) as latas trocam de posição e estão ambas se movendo com velocidade de módulo v_f. Esse é o vínculo que a corda tensionada produz entre os movimentos das latas: $v_1 = v_2$ sempre.

Portanto, na configuração final (B) vale:

$K_1(B) = m_1 v_f^2/2$ $\qquad U_{g1}(B) = 0$ $\qquad K_2(B) = m_2 v_f^2/2$ $\qquad U_{g2}(B) = m_2 g\, h$

O teorema W-E afirma que a energia mecânica total $E = K + U_g$ do sistema 1+2 se conserva. Se o sistema vai da configuração A para a configuração B, o teorema W-E fica:

$$[K(B) + U_g(B)] = [K(A) + U_g(A)] \Rightarrow \left(\frac{m_1 + m_2}{2}\right) v_f^2 + m_2 g\, h = m_1 g\, h$$

Concluindo:

$$v_f = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)\, gh}{m_1 + m_2}}$$

Note que a resposta só faz sentido para $m_1 > m_2$, pois só nesse caso esse processo que estamos imaginando aconteceria.

EP7.60 Não está dito, mas, fica claro que y é um eixo vertical para cima e x um eixo horizontal, ambos com origem na posição inicial da bola, que parte em $t = 0$. Considerando que atua uma força de arraste na bola, além do peso, o teorema W-E afirma que a variação na energia mecânica da bola é o trabalho realizado por essa força de arraste. Essa variação de energia é transformada em energia interna da bola e do ar circundante.

Se o sistema vai da configuração A para a configuração B, o teorema W-E fica:

$$W_A(A,B) = \left[K(B) + U_g(B)\right] - \left[K(A) + U_g(A)\right] = \Delta E$$

sendo $W_A(A,B) < 0$ o trabalho da força de arraste sobre a bola.

Suponha que a bola de massa m parta do solo com velocidade inicial de componentes v_{0x} e v_{0y}, atinja uma altura máxima H_{MAX}, onde vale necessariamente $v_y = 0$, e vale $v_x = v_{xHM}$, e finalmente volte ao solo com velocidade final de componentes v_{fx} e $v_{fy} < 0$. Todos os valores algébricos definidos aqui têm seus valores numéricos definidos na tabela mostrada no enunciado.

a) Na configuração de partida (A) vale:

$$K(A) = \frac{m}{2}\left(v_{0x}^2 + v_{0y}^2\right) \qquad U_g(A) = 0$$

Na configuração de altura máxima (B) vale:

$$K(B) = \frac{m}{2}(v_{xHM}^2 + 0^2) \qquad U_g(B) = mg\,H_{MAX}$$

Portanto, no trajeto AB de subida da bola vale:

$$\Delta E = mg\,H_{MAX} + \frac{m}{2}\left(v_{xHM}^2 - v_{0x}^2 - v_{0y}^2\right)$$

Note que vale $\Delta E < 0$, pois $\Delta E = W_A(A,B)$. Obtemos $\Delta E \cong -80\,J$.

b) Considere agora a configuração (C) em que a bola está chegando ao solo:

$$K(C) = \frac{m}{2}\left(v_{fx}^2 + v_{fy}^2\right) \qquad U_g(C) = 0$$

Portanto, da altura máxima ao solo (BC) vale:

$$\Delta E = \frac{m}{2}\left(v_{fx}^2 + v_{fy}^2 - v_{xHM}^2\right) - mg\,H_{MAX}$$

Note que vale $\Delta E < 0$, pois $\Delta E = W_A(B,C)$. Obtemos $\Delta E \cong -31\,J$.

c) O valor em (b) não é menor do que em (a), porque são valores negativos. Vemos que $W_A(B,C) > W_A(A,B)$, ou seja, que o arraste realize um trabalho maior, em módulo, na subida AB do que na descida BC da bola. O arraste retira mais energia mecânica da bola na subida do que na descida.

Trabalho é basicamente força x distância, nesse caso do arraste envolvendo ainda um $\theta = 180°$. Vemos que a trajetória de subida é mais longa (basta olhar a coordenada x na tabela) e percorrida com velocidades maiores da bola. Portanto, na subida o deslocamento é maior e a força de arraste na bola (proporcional à velocidade) é mais intensa. Concluindo, esperamos um trabalho do arraste de módulo maior na subida AB.

EP7.62 a) A esquiadora de massa m parte do repouso de uma altura $h = H$ e desce ao piso $h = 0$ enquanto as forças de atrito realizam um trabalho $W_A < 0$.

O teorema W-E diz que:

$$\Delta E = \left[\frac{mv_f^2}{2} + 0\right] - [0 + mgH] = W_A \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2(mgH + W_A)}{m}}$$

Note que W_A é negativo e quanto maior o seu módulo menor será a velocidade final v_f.

b) Agora, depois de cair como em (a), a altura não varia mais ($h = 0$), mas há uma força de atrito cinético constante com o piso, de módulo $F_A^{(C)} = \mu_C \eta = \mu_C mg$ e uma força de arraste com o ar constante, de módulo F_{ARR}. A esquiadora percorre uma distância D até que sua velocidade final valha V_f.

O teorema W-E diz que:

$$\Delta E = \left[\frac{mV_f^2}{2} + 0\right] - \left[\frac{mv_f^2}{2} + 0\right] = W_{ARR} + W_{FA}$$

Considerando sempre um $\theta = 180°$, obtemos:

$$W_{ARR} = F_{ARR}\, D\cos(180°) = -F_{ARR}D \qquad W_{FA} = F_A^{(C)}\, D\cos(180°) = -\mu_C mgD$$

Portanto:

$$\frac{mV_f^2}{2} - \frac{mv_f^2}{2} = -D\,[F_{ARR} + \mu_C mg] \Rightarrow V_f^2 = v_f^2 - \frac{2D}{m}[F_{ARR} + \mu_C mg]$$

Concluindo:

$$V_f = \sqrt{\frac{2(mgH + W_A)}{m} - \frac{2D}{m}[F_{ARR} + \mu_C mg]}$$

c) A esquiadora, com velocidade V_f, colide e sofre uma força constante (média) de módulo F até parar após uma distância d.

O teorema W-E diz que:

$$\Delta E = [0 + 0] - \left[\frac{mV_f^2}{2} + 0\right] = W_F$$

O trabalho de F é: $W_F = F\, d\cos(180°) = -Fd$.

Concluindo:

$$-\frac{mV_f^2}{2} = -Fd \Rightarrow F = \frac{mV_f^2}{2\,d} = \frac{m}{2d}\left[\frac{2(mgH + W_A)}{m} - \frac{2D}{m}[F_{ARR} + \mu_C mg]\right]$$

EP7.70 Vamos chamar de δ_1 e δ_2 as distâncias (positivas) de deformação de cada mola.

É importante notar que, não necessariamente, as molas teriam que estar inicialmente relaxadas, mesmo antes de empurrarmos o bloco para a direita. As duas molas deveriam estar produzindo inicialmente forças opostas que se anulam. Portanto, cada mola poderia estar inicialmente deformada de δ_{10} e δ_{20} tais que:

$$k_1\delta_{10} = k_2\delta_{20}$$

Mas, o enunciado não nos permite inferir algo sobre essas deformações iniciais e, por isso, vamos supor que as duas molas estejam inicialmente relaxadas: $\delta_{10} = \delta_{10} = 0$.

Portanto, quando empurramos o bloco de uma distância δ_0 para a direita, as deformações (distâncias positivas) das molas serão:

$$\delta_1 = \delta_0 \qquad\qquad \delta_2 = \delta_0$$

A mola 1 dilata um pouco e a mola 2 fica um pouco comprimida.

Considerando que não atue nenhum atrito no bloco, o teorema W-E afirma que a energia mecânica do sistema bloco + mola 1 + mola 2 se conserva. Se esse sistema vai da configuração A para a configuração B, o teorema W-E fica:

$$\left[K(B) + U_g(B) + U_{E1}(B) + U_{E2}(B)\right] = \left[K(A) + U_g(A) + U_{E1}(A) + U_{E2}(A)\right]$$

Na configuração inicial de partida (A) vale:

$$K(A) = 0 \qquad U_g(A) = 0 \qquad U_{E1}(A) = \frac{1}{2}k_1\,\delta_0^2 \qquad U_{E2}(A) = \frac{1}{2}k_2\,\delta_0^2$$

a) O bloco estará com velocidade máxima quando toda a energia mecânica do sistema estiver na forma cinética K. Nesse instante as duas molas estarão novamente relaxadas, como em A. Portanto:
Na configuração final (B) vale:

$$K(B) = m\frac{v_{MAX}^2}{2} \qquad U_g(B) = 0 \qquad U_{E1}(B) = 0 \qquad U_{E2}(B) = 0$$

O teorema W-E diz que (toda a energia elástica nas molas foi convertida em energia cinética do bloco):

$$m\frac{v_{MAX}^2}{2} = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\,\delta_0^2$$

Portanto:

$$v_{MAX} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}\,\delta_0$$

b) O bloco oscila e vai comprimindo e dilatando as molas. Os momentos de deformação máxima das molas correspondem àqueles em que toda a energia mecânica disponível no sistema está na forma potencial elástica. Havendo conservação da energia, não tem como a deformação máxima das molas, seja compressão ou dilatação, não ser sempre δ_0. Portanto, esses instantes correspondem ao bloco parado momentaneamente à direita ou à esquerda, deformando as duas molas do mesmo δ_0 que havia em A.