Q12.1

O estudante está equivocado. Considerando o sistema Terra+maçã, ambas caem na direção do centro de massa (CM) desse sistema, que está, claramente, muito próximo do centro da Terra. As forças mútuas são iguais em módulo (ação e reação), que é dado pela Lei de Newton da gravitação universal:

$$F_{M/T} = F_{T/M} = G\ \frac{M_T m}{r^2}$$

sendo m a massa da maçã e r a distância entre o centro da Terra (suposta esférica) e o CM da maçã (r é basicamente o raio da Terra). Essas forças atrativas produzem na maçã a aceleração:

$$a = \frac{F_{T/M}}{m} = G\ \frac{M_T}{r^2}$$

e no planeta Terra a aceleração:

$$a_T = \frac{F_{M/T}}{M_T} = G\ \frac{m}{r^2}$$

Vemos que a maçã se aproxima rapidamente do CM do sistema, enquanto que a Terra tem um movimento imperceptível. Mas ele está lá. Considere que $M_T \cong 6 \times 10^{24}$ kg e $m \cong 0{,}1$ kg.

Q12.3

A aceleração da gravidade g é a aceleração de um corpo em queda livre, ou seja, submetido a apenas o seu peso. O peso de um corpo de massa m é a força da gravidade que um planeta de massa M faz nele. Estando o corpo na superfície do planeta, segue que a distância entre os corpos é o raio R do planeta e g nessa superfície vale:

$$g = \frac{F}{m} = \frac{1}{m} G\ \frac{M\, m}{R^2} = G\ \frac{M}{R^2}$$

Supondo que o planeta é esférico e maciço, sua densidade de massa média ρ é:

$$\rho = \frac{M}{V} = 3\,\frac{M}{4\,\pi\,R^3} \Rightarrow \frac{M}{R^2} = \frac{4\pi}{3}\ \rho\, R \Rightarrow g = G\ \frac{4\pi}{3}\ \rho\, R$$

Se todos os planetas tivessem a mesma ρ, a aceleração da gravidade g seria proporcional ao raio do planeta.

De fato, os planetas do sistema solar têm densidades de massa bem diferentes. Júpiter, por exemplo, que é um gigante gasoso, tem densidade baixa $\rho \cong 1{,}3$ g/cm^3 comparada com a Terra que tem $\rho \cong 5{,}5$ g/cm^3. Por isso, não é verdade que no sistema solar valha essa suposta lei de proporcionalidade $g \propto R$. As coisas não são tão simples assim: g e R não obedecem uma simples relação de proporcionalidade para todos os planetas do sistema solar.

Q12.9

É verdade, a Lua está bem mais próxima da Terra do que do Sol, mas, $M_T \cong 6 \times 10^{24}$ kg , enquanto que $M_S \cong 2 \times 10^{30}$ kg. Por isso, a força Sol/Lua pode ser maior que a força Terra/Lua.

Não podemos nos esquecer que o Sol também atrai a Terra. O Sol atrai o sistema Terra+Lua e o CM desse sistema descreve basicamente uma elipse em torno do Sol (perturbada pela presença dos outros planetas). O sistema Terra+Lua é basicamente um haltere gigantesco que percorre essa elipse enquanto vai girando em torno de seu CM. Esse é o movimento ditado pelas leis da natureza (leis de Newton do movimento) e não o simples afastamento da Lua em relação à Terra. Esse movimento não ocorre, porque não está de acordo com as leis do movimento.

Q12.11

A força da gravidade é conservativa e uma propriedade básica das forças conservativas é exatamente a de que o trabalho realizado em uma trajetória fechada é nulo: $W(A \to A) = 0$. Qualquer que seja a órbita, circular ou elíptica, sempre vai valer $W(A \to A) = 0$ para qualquer ponto A da órbita. De acordo com o teorema do trabalho energia cinética, isso significa que a energia cinética K do planeta quando ele sai de A é a mesma energia cinética quando ele chega em A: $W(A \to A) = \Delta K = 0$ (considere que a força gravitacional estrela/planeta é a força resultante no planeta). Essa é uma propriedade básica de uma órbita periódica. O movimento se repete indefinidamente.

No caso particular da trajetória circular as coisas são mais simples, K é constante em toda a órbita, pois o movimento é circular uniforme (MCU). No caso da trajetória elíptica K vai variando ao longo da trajetória, mas, após uma volta completa, de A até A, K sempre retorna ao mesmo valor, qualquer que seja o ponto A da trajetória.

Q12.13

Considere um projétil de massa m que é lançado com velocidade vertical inicial de módulo V_0 a partir de um raio r em relação ao centro da Terra (considere que $r > R_T$). A energia mecânica inicial desse projétil é:

$$E_0 = K + U_g = m\,\frac{V_0^2}{2} - \frac{G\,M_T m}{r}$$

Vemos que pode valer $E_0 > 0$ ou $E_0 < 0$ e até $E_0 = 0$ (um caso muito específico). Por exemplo, $E_0 > 0$ poderia ser o caso de um projétil lançado com V_0 grande e já longe da Terra, ou seja,com raio r grande. Por outro lado, $E_0 < 0$ poderia ser o caso de um projétil lançado com V_0 pequena e próximo da Terra, ou seja, com raio r pequeno. Você já deve estar imaginando que no caso $E_0 > 0$ é mais fácil o projétil subir mais e escapar da gravidade da Terra.

De fato, considere esse projétil subindo e se afastando infinitamente da Terra: $r \to \infty$. Considere que no limite ele consiga fazer isso e fique em repouso nessa distância da Terra (não sobra nenhuma energia cinética). Então, como já não há mais força de atração (pois $r \to \infty$), segue que o projétil escapou da gravidade da Terra, ele não vai cair de volta na Terra. Dizemos então que V_0 é a velocidade de escape desse planeta (e desse raio r), ou seja, a velocidade <u>mínima</u> necessária para que qualquer projétil (partindo de r) se afaste infinitamente do planeta e não caia de volta nele. Para esse projétil que escapou no limite ($K(\infty) = 0$) vale:

$$E_\infty = K + U_g = 0 - \frac{G\, M_T m}{\infty} = 0$$

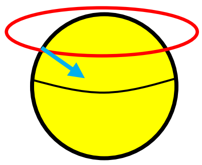
Igualando as duas energias, dada a conservação, obtemos a velocidade de escape:

$$E_0 = m\,\frac{V_0^2}{2} - \frac{G\, M_T m}{r} = 0 \Rightarrow V_0 = V_{ESC} = \sqrt{\frac{G\, M_T}{r}}$$

Essa é a velocidade de escape de um projétil lançado de um raio r em relação ao centro da Terra. Se o projétil for lançado dessa altura com $V_0 < V_{ESC}$ ele cai de volta, se for com $V_0 = V_{ESC}$ ele se afasta e fica parado no ∞, se for com $V_0 > V_{ESC}$ ele se afasta indefinidamente da Terra, nunca para. Vemos que no caso de haver escape sempre vale $E_\infty \geq 0$. Portanto, se $E_0 < 0$ (velocidade inicial menor que a velocidade de escape) concluímos que esse projétil não vai escapar nunca da gravidade da Terra, pois sua energia mecânica não pode mudar de sinal durante sua trajetória de tentativa de fuga (a energia se conserva). Concluindo: se $E_0 < 0$ o escape é impossível e se $E_0 \geq 0$ o escape ocorre. Nessa análise consideramos a conservação da energia do projétil, ou seja, desprezamos a ação de qualquer arraste ou mesmo a perturbação de Luas e outros planetas. Para um projétil lançado da superfície terrestre vale $r = R_T$.

Note que essa análise vale mesmo para projéteis com lançamento oblíquo e não apenas para lançamentos verticais.

Q12.16



Talvez olhando para a Figura ao lado, que ilustra essa suposta órbita em vermelho, já seja possível que você se convença do absurdo dessa ideia.

A força da gravidade que a Terra faz no satélite aponta para o centro da Terra, como a seta azul em algum ponto qualquer da trajetória do satélite. Essa força não é centrípeta para a órbita circular em vermelho. Pelo contrário, ela puxa o satélite para baixo, para fora da órbita circular. Concluindo, essa órbita não é estável para o satélite. Se tentarmos colocar ele nessa órbita, ele sempre é puxado para baixo e faz um movimento imprevisível, assumindo ao final outra órbita. Somente órbitas concêntricas com o centro da Terra são possíveis (estáveis) para um corpo que deve orbitar em torno da Terra. Nessas órbitas a força gravitacional Terra/satélite é uma força centrípeta para a órbita circular do satélite.

Q12.21

É verdade, muitas pessoas acreditam nessa "ausência de gravidade" a alguns poucos quilômetros de distância da superfície da Terra. Mas, a influência gravitacional de um planeta ou estrela se estende até o infinito.

Um astronauta de massa m que está dentro de uma nave espacial a uma distância r do centro da Terra está sofrendo uma força de atração gravitacional de módulo (que é o peso do astronauta):

$$F_{T/A} = G\,\frac{M_T m}{r^2}$$

Portanto, o astronauta não está "fora da atração terrestre". Ele só estaria se valesse $r \to \infty$.

De fato, se a nave espacial e o astronauta estão orbitando a Terra, como é caso da Estação Espacial Internacional (Figura ao lado), deve haver uma força resultante atuando nesses corpos, uma força centrípeta. Se não houvesse força nenhuma, a 1ª lei de Newton implicaria que a nave e o astronauta estariam em MRU, ou mesmo em repouso em relação à Terra. Esses dois casos não são observados, são absurdos. A força centrípeta na nave espacial é o peso da nave e a força centrípeta no astronauta é o peso do astronauta $F_{T/A}$.

Essas forças fazem com que a nave e o astronauta estejam em queda livre (sem escape) na vizinhança do planeta Terra. A trajetória natural de queda livre (sem escape) é a elíptica (circular como caso especial) com a Terra em um dos focos. Essa é a trajetória mais geral dos projéteis em queda livre.

Imagine você dentro de um elevador que está em queda livre. Você tem nas mãos uma pedra e resolve soltar essa pedra. O que acontece com a pedra? Ela cai? Não, ela já estava caindo, como tudo que está dentro do elevador. Conclusão, você solta a pedra e ela flutua na sua frente. Por um momento você pode pensar que não há gravidade dentro do elevador, mas ela esta lá, fazendo com que a pedra caia juntamente com você e com o elevador.

Aparentemente nada está caindo, porque tudo está caindo junto, com a mesma aceleração g. Por isso, é comum dizermos que a "gravidade aparente" é nula dentro do elevador. Mas a gravidade está lá.

O astronauta feliz ao lado percebe tudo flutuando ao seu redor, como se nada caísse, pela ausência de gravidade. Mas, tudo está caindo junto, pela ação de seus próprios pesos: tudo está em queda livre. Se o astronauta subir em uma balança, ela vai marcar um peso nulo. Isso porque a balança não mede o peso diretamente, ela mede a força normal η com que o astronauta pressiona a superfície da balança. Se a balança e o astronauta caem juntos, essa força normal é nula e o peso aparente do astronauta é nulo. Trata-se de uma limitação da balança simples "de farmácia". Ela não funciona nesse ambiente em queda livre.