

Q6.2

O teorema do trabalho (W) energia cinética (K) (teorema W-K) afirma que o trabalho total, ou seja, o trabalho da força resultante, em uma partícula é igual à variação da energia cinética dessa partícula. Se a força resultante na partícula é $\vec{R}$ e a partícula se desloca desde A até B, o teorema W-K fica:

$$W_{\vec{R}}(A, B) = \Delta K = K(B) - K(A)$$

sendo $K = m v^2/2$. Considere que esse elevador é a partícula que estamos considerando. Está dito que o elevador sobe com velocidade constante, então $\Delta K = 0$. Segue do teorema W-K que $W_{\vec{R}}(A, B) = 0$.

A ideia é simples, se o elevador viaja em MRU, segue da 1ª lei de Newton que a resultante das forças no elevador enquanto ele sobe é $\vec{R} = \vec{0}$. O trabalho de uma força nula é nulo: $W_{\vec{0}}(A, B) = 0$.

Podemos imaginar duas forças atuando nesse elevador que sobe (desprezando o atrito): uma força $\vec{F}$ que puxa o elevador para cima (através de um cabo) e que realiza um trabalho positivo $W_{\vec{F}}(A, B) > 0$ ($\theta = 0^\circ$) e o peso $\vec{P}$ do elevador que aponta para baixo e realiza um trabalho negativo $W_{\vec{P}}(A, B) < 0$ ($\theta = 180^\circ$). Portanto, o trabalho total, ou seja, o trabalho da resultante $\vec{R} = \vec{F} + \vec{P}$ é:

$$W_{\vec{R}}(A, B) = W_{\vec{F}+\vec{P}}(A, B) = W_{\vec{F}}(A, B) + W_{\vec{P}}(A, B) = 0$$

Concluimos que o teorema W-K está afirmando, através de outros conceitos, a mesma coisa que afirma a 1ª lei de Newton: $\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow$ MRU ou repouso, ou seja, ausência de aceleração e $\Delta K = 0$.

Q6.3

O teorema do trabalho (W) energia cinética (K) (teorema W-K) afirma que o trabalho total, ou seja, o trabalho da força resultante, em uma partícula é igual à variação da energia cinética dessa partícula. Se a força resultante na partícula é $\vec{R}$ e a partícula se desloca desde A até B, o teorema W-K fica:

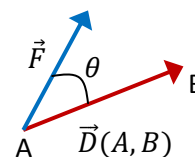
$$W_{\vec{R}}(A, B) = \Delta K = K(B) - K(A)$$

sendo $K = m v^2/2$. Note, o teorema se aplica a uma partícula e só envolve as forças que atuam nessa partícula. $\vec{R}$ é a resultante das forças que atuam na partícula. Não interessam as forças que atuam em outros corpos ou partículas. A mesma ideia vale para a 2ª lei de Newton: $\vec{R} = m \vec{a}$.

Se vamos aplicar o teorema W-K para analisar a energia cinética desse corpo puxado por uma corda, só interessam a força que a corda faz no corpo e outras forças que porventura atuam no corpo. A reação, que o corpo faz na corda não entre no cálculo da resultante $\vec{R}$ no corpo e nem, portanto, na aplicação do teorema W-K ao corpo.

Q6.5

Apenas para relembrar, a Figura ao lado ilustra a configuração em que uma força constante $\vec{F}$ (seta azul) atua em uma partícula que se desloca de A até B, ou seja, sofre o deslocamento $\vec{D}(A, B) = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ (seta vermelha). O trabalho que essa força constante $\vec{F}$ realiza nessa partícula enquanto ela se desloca de A até B é dado por:



$$W_F(A, B) = \vec{F} \cdot \vec{D}(A, B) = F D(A, B) \cos(\theta)$$

sendo θ o (menor) ângulo entre os vetores $\vec{F}$ e $\vec{D}(A, B)$. Uma força constante é uma força que tem módulo, direção e sentido constantes. Uma força de módulo constante (como no enunciado) não é necessariamente uma força constante, ela pode mudar de direção e sentido durante o movimento da partícula.

Um exemplo simples de força resultante variável, mas de módulo constante, é o do movimento circular uniforme (MCU). Nesse movimento o deslocamento da partícula se dá ao longo do círculo enquanto que a força resultante possui módulo constante e vai mudando de direção, sempre ao longo da direção radial (é centrípeta). Portanto, nesse caso vale sempre $\theta = 90^\circ$ e $W_{\vec{R}}(A, B) = 0$ para qualquer arco AB de círculo. No MCU a velocidade da partícula é constante em módulo (daí o nome “uniforme”) e, portanto, $\Delta K = 0$, o que está de acordo com o teorema do trabalho energia cinética: $W_{\vec{R}}(A, B) = 0 = \Delta K$ para qualquer arco AB de círculo.

Um exemplo de caso mais restrito, em que $\vec{R}$ é constante (em módulo, direção e sentido) em um percurso AB é o movimento de queda livre de uma partícula, em que $\vec{R} = m \vec{g}$. Imagine o movimento parabólico dessa partícula que foi lançada obliquamente. Considerando o percurso total AB de queda livre (do chão ao chão) vale $\Delta K = 0$ e, portanto, $W_{\vec{R}}(A, B) = \Delta K = 0$. Isso ocorre porque o θ muda de valor durante o movimento. Na subida $\vec{R}$ está oposta ao deslocamento da partícula ($\theta = 180^\circ$ e $W_{\vec{R}} < 0$), enquanto que na descida $\vec{R}$ está paralela ao deslocamento da partícula ($\theta = 0^\circ$ e $W_{\vec{R}} > 0$). O saldo de trabalho é $W_{\vec{R}}(A, B) = 0$ e $\Delta K = 0$.

Q6.12

O teorema do trabalho (W) energia cinética (K) (teorema W-K) afirma que o trabalho total, ou seja, o trabalho da força resultante, em uma partícula é igual à variação da energia cinética dessa partícula. Se a força resultante na partícula é $\vec{R}$ e a partícula se desloca desde A até B, o teorema W-K fica:

$$W_{\vec{R}}(A, B) = \Delta K = K(B) - K(A)$$

sendo $K = m v^2/2$.

Pode valer $W_{\vec{R}}(A, B) < 0$? Sim, pois $W_{\vec{R}}(A, B) = \vec{R} \cdot \vec{D}(A, B) = R D(A, B) \cos(\theta)$. Portanto, basta que valha $\cos(\theta) < 0$ para que valha $W_{\vec{R}}(A, B) < 0$. Por exemplo, se $\theta = 180^\circ$.

Olhando para o teorema W-K, a resposta também é sim, pois basta que $K(B) - K(A) < 0$ para que valha $W_{\vec{R}}(A, B) < 0$. Se $K(B) - K(A) < 0$, significa que a partícula está freando, que corresponde a uma força $\vec{R}$ produzindo uma aceleração $\vec{a} = \vec{R}/m$ oposta à velocidade.

A força de atrito cinético é comumente oposta ao movimento, sendo um exemplo simples em que vale $\theta = 180^\circ$, $W_{\vec{F}}(A, B) < 0$ e $K(B) - K(A) < 0$ (corpo freando).

Vamos considerar que $W_{\vec{R}}(A, B) < 0$ e escrever $W_{\vec{R}}(A, B) = -|W_{\vec{R}}(A, B)|$. No teorema W-K fica:

$$K(B) - K(A) = -|W_{\vec{R}}(A, B)| \Rightarrow |W_{\vec{R}}(A, B)| = K(A) - K(B)$$

Como energia cinética K é uma grandeza estritamente positiva, segue que $|W_{\vec{R}}(A, B)|$ não pode ser maior que a energia cinética inicial $K(A)$. Pelo contrário, quando subtraímos de $K(A)$ a quantidade $K(B)$, obtemos $|W_{\vec{R}}(A, B)|$, ou seja, vale sempre $|W_{\vec{R}}(A, B)| \leq K(A)$ (a igualdade vale somente se $K(B) = 0$).

A interpretação desse resultado é simples. O teorema W-K diz que $W_{\vec{R}}(A, B) = \Delta K$. Isso significa que quando $W_{\vec{R}}(A, B) > 0$ em uma partícula, ela está ganhando energia (que vem de alguém). Quando $W_{\vec{R}}(A, B) < 0$ em uma partícula, significa que ela está perdendo energia (que vai para alguém). Nesse caso, a partícula nunca vai poder fornecer mais energia ($|W_{\vec{R}}(A, B)|$) do que aquela que ela tem ($K(A)$). Na pior das hipóteses, ela vai fornecer tudo que tem e $|W_{\vec{R}}(A, B)| = K(A)$, porque não sobra nada para ela ($K(B) = 0$).

Q6.14

Sabemos que velocidade v é um conceito relativo (velocidade em relação a quê?) e, portanto, energia cinética $K = m v^2/2$ também é. O teorema do trabalho energia iguala trabalho da resultante com K , portanto, trabalho também deve ser um conceito relativo. Se a energia cinética é diferente para dois referenciais diferentes, o trabalho da resultante também deve ser.

O teorema do trabalho energia cinética deve dar respostas coerentes para essas perguntas em diferentes referenciais inerciais: o caminhão e o solo. Visto do solo, o caminhão possui uma energia cinética inicial K_0 . Quando o caminhão parar, sua energia cinética final será $K = 0$. Portanto, para parar o caminhão deve valer $\Delta K = -K_0$. O teorema W-K diz que $W_{\vec{R}}(A, B) = \Delta K$. Portanto, esse observador no solo conclui que deve ser realizado no caminhão um trabalho negativo $W_{\vec{R}}(A, B) = -K_0$ para parar o caminhão. O trabalho deverá ser negativo porque será necessária uma força resultante $\vec{R}$ (no caminhão) oposta ao movimento do caminhão para freá-lo ($\theta = 180^\circ$).

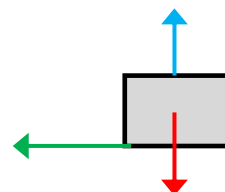
Para o motorista, o caminhão está em repouso, ou seja, $K = 0$ sempre. Portanto, se você perguntar ao motorista o que se deve fazer para parar o caminhão (em relação a ele), ele vai dizer que não é necessário nada, pois o caminhão já está parado. Não é necessário nenhum trabalho para parar o caminhão (em relação a ele): $W_{\vec{R}}(A, B) = \Delta K \Rightarrow 0 = 0$. É razoável, mas parece mesmo uma pergunta sem muito sentido. Apenas um jogo de palavras.

Uma pergunta mais interessante ao motorista seria: o que devemos fazer para parar o caminhão em relação à paisagem lá fora? O motorista vê a paisagem passando, viajando para trás. Ele poderia dizer que, estando o caminhão já parado (em relação a ele), deveríamos parar a paisagem lá fora, em relação ao caminhão (e a ele). Após uma reflexão, ele poderia dizer que parar a paisagem em relação ao caminhão é equivalente a parar o caminhão em relação à paisagem e então voltaríamos à discussão anterior, em que esse

processo é visto de um referencial no solo. O motorista conclui então que deve ser realizado no caminhão um trabalho negativo $W_{\vec{R}}(A, B) = -K_0$ para parar o caminhão. O trabalho deverá ser negativo porque será necessária uma força resultante $\vec{R}$ (no caminhão) oposta ao movimento do caminhão para freá-lo. É a mesma conclusão do observador no solo.

Q6.16 É verdade, é muito comum se acreditar que forças de atrito sempre realizam trabalho negativo, por serem sempre opostas ao deslocamento. Mas, nem sempre é assim.

Um caso simples em que é, é o da força de atrito cinético $\vec{F}_A^{(C)}$ em um bloco que desliza em uma superfície, como ilustrado ao lado. Imagine o bloco se deslocando para a direita e, portanto, a força $\vec{F}_A^{(C)}$ se opondo a esse deslizamento (seta verde). Na vertical o peso (seta vermelha) e a normal (seta azul) se cancelam.

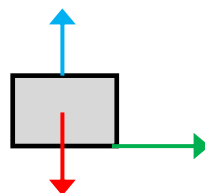


O trabalho que essa força (resultante) constante $\vec{F}_A^{(C)}$ realiza nesse bloco enquanto ele se desloca de A até B é dado por:

$$W_{\vec{F}_A^{(C)}}(A, B) = \vec{F}_A^{(C)} \cdot \vec{D}(A, B) = F_A^{(C)} D(A, B) \cos(\theta)$$

sendo θ o (menor) ângulo entre os vetores $\vec{F}_A^{(C)}$ e $\vec{D}(A, B)$. Nesse caso vale $\theta = 180^\circ$ e, claramente, $W_{\vec{F}_A^{(C)}}(A, B) = \Delta K < 0$. O atrito cinético “retira” energia cinética do bloco (transforma em energia interna/calor): $K(B) - K(A) < 0$.

Considere agora o exemplo (clássico) de um bloco que está sendo transportado apoiado na carroceria de um caminhão e que o caminhão, acelera constantemente para a direita, sem que o bloco deslize em sua carroceria. Então, o bloco também acelera para a direita e a força responsável por essa aceleração (horizontal) é exatamente a força de atrito estático $\vec{F}_A^{(E)}$ que a carroceria faz no bloco, conforme a Figura acima. A seta verde é a seta de $\vec{F}_A^{(E)}$.



O trabalho que essa força (resultante) constante $\vec{F}_A^{(E)}$ realiza nesse bloco enquanto ele se desloca de A até B (juntamente com o caminhão) é dado por:

$$W_{\vec{F}_A^{(E)}}(A, B) = \vec{F}_A^{(E)} \cdot \vec{D}(A, B) = F_A^{(E)} D(A, B) \cos(\theta)$$

sendo θ o (menor) ângulo entre os vetores $\vec{F}_A^{(E)}$ e $\vec{D}(A, B)$. Nesse caso vale $\theta = 0^\circ$ e, claramente, $W_{\vec{F}_A^{(E)}}(A, B) = \Delta K > 0$. O atrito estático “transmite” energia cinética para o bloco, realizando um trabalho positivo sobre ele (acelerando o bloco para a direita). Não há aumento de energia interna ou produção de calor associados à ação do atrito estático.

Aqui podemos fazer uma discussão sobre referenciais/observadores diferentes, como na questão 6.14 que já discutimos. Para um observador na carroceria do caminhão, o bloco está em repouso, ou seja, $K = 0$ sempre. Da mesma forma, esse observador não vê o bloco se deslocando e não há realização de trabalho da

força $\vec{F}_A^{(E)}$. Essa força está atuando em um corpo parado. Portanto: $W_{\vec{F}_A^{(E)}}(A, B) = \Delta K = 0$. Para esse observador, nada está acontecendo com o bloco.

No caso do bloco que desliza até parar, sob ação do atrito cinético $\vec{F}_A^{(C)}$, essa mudança de referencial exige um raciocínio mais elaborado. Para um observador sentado no bloco, o bloco está em repouso, ou seja, $K = 0$ sempre. Da mesma forma, esse observador não vê o bloco se deslocando e não há realização de trabalho da força $\vec{F}_A^{(C)}$. Essa força está atuando em um corpo parado. Portanto: $W_{\vec{F}_A^{(C)}}(A, B) = \Delta K = 0$. Mas, esse observador, não pode dizer que nada está acontecendo com o bloco. Ele está esquentando, assim como a superfície do piso. Daí nos deparamos com uma limitação da mecânica, que não possui os conceitos de energia interna e calor para interpretar esse fenômeno. Uma partícula não possui interior, como ela pode ter energia interna, ou trocar calor com algo? Trata-se de uma limitação desse modelo mecânico de partícula. Para entender o que está acontecendo no bloco e na superfície do solo que se arrastam entre si devemos apelar para conceitos da termodinâmica, em particular para a 1ª lei da termodinâmica. Para o sistema bloco+solo vale: $\Delta K + \Delta U_I = 0$. A energia cinética do bloco é convertida em energia interna U_I do sistema.

Q6.20 Potência P é taxa (no tempo) de realização de trabalho:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Se W está dado em joules e t em segundos segue que a unidade de P é J/s , que chamamos de watt (W).

Por outro lado, o teorema do trabalho energia cinética diz que trabalho (da resultante) é igual à variação na energia cinética K . Portanto, o trabalho (positivo) do motor do carro incrementa a sua energia cinética (desprezando, para simplificar, forças e trabalhos/perdas por atritos):

$$P = \frac{dK}{dt}$$

Como $K = m v^2/2$, segue que:

$$P = \frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt} [m v^2/2] = \frac{m}{2} 2 v \frac{dv}{dt} = m v a$$

sendo a o módulo da aceleração do carro. Se P é constante, concluímos que, no início do movimento, quando v for baixa, a será alta e mais no final, quando v for alta, a aceleração a do carro vai cair.

Esse carro vai ganhar velocidade mais rapidamente enquanto sai do repouso e depois vai ganhando velocidade em uma taxa menor.

Esse resultado é compatível com o fato de que $P = F v$, sendo F o módulo da força (resultante) aplicada (acelerando) no carro. Se P é constante, quando v é pequena a força F aplicada deve ser alta, o que implica em uma aceleração maior $a = F/m$, de acordo com a 2ª lei de Newton.

Essa última expressão $P = F v$ nos ajuda a entender por que um carro necessita de uma caixa de marchas. A caixa de marchas modifica a força F (através de uma relação de engrenagens). Quando o carro está com baixas velocidades, devemos aplicar mais força, para que consigamos uma potência $P = F v$ razoável. A 1ª marcha fornece muita força ao carro. Quando o carro já está em altas velocidades, precisamos de menos força e, por isso, mudamos a marcha. Dessa forma podemos manter uma potência razoavelmente estável em uma ampla faixa de velocidades.