Q7.1 O teorema do trabalho (W) energia (teorema W-E) é uma evolução do teorema do trabalho energia cinética (K) (teorema W-K), em que é introduzida a ideia de energia potencial U.

A energia potencial U é a capacidade de realização de trabalho de uma força conservativa. Geralmente U é uma função de coordenadas espaciais. Por exemplo, a energia potencial gravitacional $U_g(h) = m\,g\,h$ de um corpo de massa m é a capacidade que o peso $\vec{P} = m\vec{g}$ desse corpo tem de realizar trabalho sobre ele, enquanto sua altura h se modifica.

Forças não conservativas (vamos chamar de outras forças, OF), como o arraste do ar ou o atrito cinético, continuam sendo representadas no teorema W-E através de seus trabalhos W.

O teorema W-E afirma que o trabalho dessas outras forças em uma partícula é igual à variação da energia total $E = K + U$ dessa partícula. Se a partícula se desloca desde A até B, o teorema W-E fica:

$$W_{OF}(A,B) = \Delta E = [K(B) + U(B)] - [K(A) + U(A)] = E(B) - E(A)$$

sendo $K = m\,v^2/2$.

Considere uma bola que é lançada verticalmente de A com velocidade de módulo v_0 e que sobe e desce (note que B=A (mesmo ponto)) sob ação do arraste com o ar. O teorema W-E nesse percurso fechado diz que:

$$W_{OF}(A,B) = W_{ARR}(A,B) = [K(B) + mg\,h_0] - [K(A) + mg\,h_0] = K(B) - K(A)$$

sendo W_{ARR} o trabalho do arraste na bola e h_0 sua altura inicial qualquer, para a qual ela retorna.

Sabemos que vale $W_{ARR}(A,B) < 0$ pois a força de arraste sempre se opõe ao deslocamento da bola e esse trabalho envolve, portanto, um $\cos(\theta)$ com $\theta = 180°$. Portanto:

$$K(B) = K(A) + W_{ARR}(A,B)$$

mostra que $K(B) < K(A)$, ou seja, a bola sempre retorna à posição de partida com menor energia cinética K e menor velocidade. Isso só não ocorreria na situação <u>ideal</u> de queda-livre.

Independentemente de todo esse formalismo, que estabelece as coisas de forma objetiva, a ideia é simples. No sobe e desce, o saldo do trabalho do peso é nulo ($\Delta U = 0$). A bola sobe e desce graças à sua energia cinética inicial. Na presença de arraste com o ar, parte dessa energia é transferida para o ar, tornando ele mais agitado na vizinhança da bola, sobrando menos energia para a bola.

Q7.2 É verdade, imagine um projétil lançado com velocidade de módulo v_0 inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal. Considere um referencial com eixo y vertical para cima e eixo x horizontal. Portanto, a velocidade inicial do projétil é: $\vec{v}_0 = v_0 \cos(\theta)\hat{x} + v_0\,\mathrm{sen}(\theta)\,\hat{y}$.

Note, a velocidade é um vetor, pode ser decomposta em componentes vertical/horizontal, mas a energia cinética não, ela é uma grandeza escalar. A energia cinética inicial do projétil é:

$$K_0 = \frac{m}{2}\,[(v_0 \cos(\theta))^2 + (v_0\,\mathrm{sen}(\theta))^2] = \frac{m\,v_0^2}{2}$$

Ela independe do ângulo θ. Não há componentes da energia cinética.

Fato é que quem determina a trajetória da bola não é sua energia cinética, mas sim sua dinâmica (forças). Já discutimos a cinemática e a dinâmica da queda livre várias vezes. A altura máxima h_{MAX} que o projétil atinge é:

$$h_{MAX} = \frac{[v_0 \operatorname{sen}(\theta)]^2}{2g}$$

Podemos expressar essa altura em termos de K_0:

$$h_{MAX} = \frac{K_0}{m\,g}[\operatorname{sen}(\theta)]^2$$

Essa expressão mostra que K_0 apenas não é capaz de determinar a altura máxima que um projétil atinge. A dependência com o ângulo de lançamento θ é crucial. Para uma dada K_0, a altura h_{MAX} máxima se daria se todo o esforço de lançamento do projétil se desse na vertical, $\theta = 90°$. Havendo alguma obliqüidade, o projétil vai subir menos, mesmo que a energia cinética inicial seja a mesma.

O conceito de energia é muito importante, mas o valor da energia não determina tudo.

Q7.4 O ovo cai de A (telhado) até B (solo) e qualquer observador vai dizer que (na queda livre):

$$E(A) = E(B) \Rightarrow [K(A) + U(A)] = [K(B) + U(B)]$$

É a ideia da conservação da energia mecânica do ovo.

Para o estudante que mede alturas h em relação ao telhado, ele diz que em A vale $h = 0$ e que no solo o ovo está em uma altura negativa (uma profundidade): em B, $h = -H$. Considere que H é a altura do edifício. Portanto, para esse estudante: $U(A) = 0$ e $U(B) = -mgH$.

Para o estudante que mede alturas h em relação ao solo, ele diz que em A vale $h = H$ e que no solo (B) o ovo está em $h = 0$. Portanto, para esse estudante: $U(A) = mgH$ e $U(B) = 0$.

Não há muita novidade: posição é um conceito relativo e se U depende da posição, então U também é relativa (depende do referencial).

Agora vamos usar o teorema W-E para um sistema conservativo (queda livre):

$$[K(B) + U(B)] = [K(A) + U(A)]$$

sendo $K = m\,v^2/2$. Note que $K(A) = 0$ para qualquer estudante, pois ambos vêem o ovo partir do repouso. Portanto, a energia cinética $K(B)$ com que o ovo chega ao solo é:

Para o estudante no telhado:

$$[K(B) - mgH] = [0 + 0] \Rightarrow K(B) = mgH$$

Para o estudante no solo:

$$[K(B) + 0] = [0 + mgH] \Rightarrow K(B) = mgH$$

A conclusão é a mesma e determina unicamente o módulo da velocidade com que o ovo chega ao solo.

Conclusão: use o sistema de coordenadas que você achar mais conveniente.

Q7.6 A ideia de "energia perdida" é uma limitação da mecânica clássica e de seus modelos, como, por exemplo, o modelo de partícula (o modelo mais simples possível). Como uma partícula pode absorver calor? Ele vai para onde? Uma partícula não possui interior. Como uma partícula pode ganhar energia interna? Ela não tem interior. Enfim, já concluímos que, se insistimos nesse modelo, vamos ter dificuldades às vezes de encontrar para onde foi a energia e, daí, poderemos simplesmente dizer, por preguiça, que ela foi "perdida".

Vamos considerar os exemplos citados no enunciado.

a) Uma caixa desliza na horizontal ($h = 0$) desde A até B e para (em B) sob ação do atrito cinético com o piso. O teorema W-E (para uma partícula) diz que:

$$W_{ATR}(A, B) = [K(B) + mg\ h_0] - [K(A) + mg\ h_0] = [0 + mg\ h_0] - [K(A) + mg\ h_0] = -K(A)$$

Sabemos que o trabalho do atrito no bloco é $W_{ATR}(A, B) < 0$ pois essa força sempre se opõe ao deslocamento do bloco e esse trabalho envolve, portanto, um $\cos(\theta)$ com $\theta = 180°$.

Fato é que a energia cinética inicial $K(A)$ do bloco "sumiu", ao final ele está em repouso na mesma altura. O teorema W-E está dizendo que o atrito cinético tem algo a ver com isso, mas ele não diz para onde essa energia foi. Ele não pode dizer porque ele não contém um termo que representa essa energia.

Enfim, temos que reconhecer que blocos não são partículas de fato, eles contém interior (átomos) e podem armazenar energia interna, esquentar e dissipar calor para o ambiente. É o que ocorre nesse caso. A energia $K(A)$, pela ação do atrito cinético, que agita os átomos do bloco e da superfície do solo, é convertida em energia interna desses corpos que se arrastam, eleva suas temperaturas e redunda em dissipação de calor para o ambiente.

Tudo isso pode ser colocado em termos quantitativos dentro do formalismo da 1ª lei da termodinâmica.

b) Um carro se movia na horizontal ($h = 0$) desde A até B e para (em B) sob ação dos freios. A força que para o carro é a força de atrito estático que o asfalto faz nos pneus. Essa força não realiza trabalho, pois atua em pontos do pneu que não deslizam em relação ao asfalto (não há deslocamento).

O teorema W-E (para uma partícula) diz que:

$$W_{ATR}(A, B) = 0 = [K(B) + mg\ h_0] - [K(A) + mg\ h_0] = [0 + mg\ h_0] - [K(A) + mg\ h_0] = -K(A)$$

Aqui chegamos a um resultado absurdo: $K(A) = 0$. O teorema W-E não consegue descrever esse "sumiço" de $K(A)$ sob a ação de um atrito estático que não produz energia interna ou calor, pois ele não realiza trabalho.

Fato é que a energia cinética inicial $K(A)$ do carro "sumiu", ao final ele está em repouso na mesma altura. O teorema W-E não explica nada sobre isso.

Enfim, temos que reconhecer que carros não são partículas de fato, eles contém interior e podem armazenar energia interna, esquentar e dissipar calor para o ambiente. É o que ocorre nesse caso. A energia $K(A)$, pela ação do atrito cinético nos freios (não no asfalto), que agita os átomos desse sistema, é convertida em energia interna desses corpos que se arrastam, eleva suas temperaturas e redunda em dissipação de calor para o ambiente. Os freios do carro esquentam enquanto ele freia. De onde vem essa energia? É $K(A)$.

Tudo isso pode ser colocado em termos quantitativos dentro do formalismo da 1ª lei da termodinâmica.

c) Um corpo cai sob ação do arraste com ar. Isso já foi discutido na Q7.1.

Considere uma bola cai verticalmente de A (h) até B ($h = 0$), partindo do repouso e sob ação do arraste com o ar. O teorema W-E (para uma partícula) nesse percurso AB diz que:

$$W_{ARR}(A,B) = [K(B) + mg\,h_0] - [K(A) + mg\,h_0] = [K(B) + 0] - [0 + mg\,h] = K(B) - mgh$$

sendo W_{ARR} o trabalho do arraste na bola. Concluindo:

$$K(B) = mhg + W_{ARR}(A,B)$$

Sabemos que vale $W_{ARR}(A,B) < 0$ pois a força de arraste sempre se opõe ao deslocamento da bola e esse trabalho envolve, portanto, um $\cos(\theta)$ com $\theta = 180°$. Portanto, $K(B) < mgh$, ou seja, uma parte da energia potencial inicial mgh da bola é "perdida" na queda. O teorema W-E está dizendo que o arraste na bola tem algo a ver com isso, mas ele não diz para onde essa energia foi. Ele não pode dizer porque ele não contém um termo que representa essa energia.

Enfim, temos que reconhecer que bolas não são partículas de fato, eles contém interior e podem armazenar energia interna, esquentar e dissipar calor para o ambiente. O ar circundante também possui partículas e pode armazenar energia interna. É o que ocorre nesse caso. A ação do arraste, que agita os átomos da bola e do ar, é convertida em energia interna desses corpos que se arrastam, eleva suas temperaturas e redunda em dissipação de calor para o ambiente. Com isso, sobra menos energia cinética final $K(B)$ para a bola.

Tudo isso pode ser colocado em termos quantitativos dentro do formalismo da 1ª lei da termodinâmica.

d) Uma nave desce e pousa até atingir o repouso. Já ficou claro que a ação de forças de freio cinético/arraste vão converter a energia inicial da nave em energias internas dos corpos envolvidos nesse processo, incluindo aí o ar, o asfalto etc. Mas, esses termos não estão presentes no teorema W-E que descreve a nave como uma simples partícula.

Q7.7 Sim, e vamos recorrer ao exemplo clássico de um bloco que está sendo transportado apoiado na carroceria de um caminhão e que o caminhão, acelera constantemente para a direita (na horizontal), sem que o bloco deslize em sua carroceria. Então, o bloco também acelera para a direita e a força responsável por essa aceleração (horizontal) é exatamente a força de atrito estático $\vec{F}_A^{(E)}$ que a carroceria faz no bloco.

O trabalho que essa força (resultante) constante $\vec{F}_A^{(E)}$ realiza nesse bloco enquanto ele se desloca de A até B (juntamente com o caminhão) é dado por:

$$W_{\vec{F}_A^{(E)}}(A,B) = \vec{F}_A^{(E)} \cdot \vec{D}(A,B) = F_A^{(E)}\, D(A,B)\cos(\theta)$$

sendo θ o (menor) ângulo entre os vetores $\vec{F}_A^{(E)}$ e $\vec{D}(A,B)$. Nesse caso vale $\theta = 0°$ e, claramente, $W_{\vec{F}_A^{(E)}}(A,B) = \Delta K > 0$. O atrito estático "transmite" energia cinética para o bloco, realizando um trabalho positivo sobre ele (acelerando o bloco para a direita). Não há aumento de energia interna ou produção de calor associados à ação do atrito estático. Note que essa descrição é feita por um observador no solo, que vê o bloco se deslocando sob ação de $\vec{F}_A^{(E)}$.

O teorema W-E aplicado ao bloco diz que:

$$W_{\vec{F}_A^{(E)}}(A,B) = F_A^{(E)}\, D(A,B) = [K(B) + mg\, h_0] - [K(A) + mg\, h_0] = K(B) - K(A)$$

Concluindo:

$$K(B) = K(A) + F_A^{(E)}\, D(A,B)$$

A energia cinética dessa partícula, que é o bloco, aumentou, graças à ação da força de atrito estático nela. Essa é a mesma conclusão que chegamos através da aplicação da 2ª lei de Newton a essa partícula.

Q7.9 Não temos a menor ideia do que seria essa "física fraturada" ou "conta de força".

Enfim, a unidade quilowatt-hora (kWh) é dada pelo produto da potência de 1kW pelo tempo de 1 hora:

$$1\ kWh = 1kW \times 1h = 1.000\frac{J}{s} \times 3.600\ s = 3.600.000\ J$$

Podemos ver que é uma unidade (grande) de energia (em joules).

A conveniência está no fato de que podemos calcular energia e custo facilmente através dessa unidade. Se o preço da energia é x reais por kWh (está escrito na "conta de luz"), quanto gasto, em reais, para manter ligada uma lâmpada de potência P (em Watts) durante um tempo Δt horas?

$$custo = x \times \frac{P}{1.000} \times \Delta t$$

As pessoas são cobradas pela energia que consomem e essa energia é convenientemente expressa na unidade kWh.

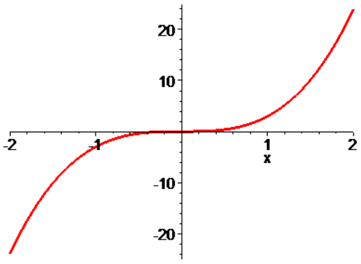
Não pagamos pela potência, pois podemos ter um chuveiro elétrico de altíssima potência P em casa e não vamos pagar nada se não o usarmos ($\Delta t = 0$):

$$custo = x \times \frac{P}{1.000} \times 0 = 0$$

As pessoas pagam pela energia elétrica consumida, ou seja, transformada em outras formas de energia.

Q7.24 U é a capacidade de realizar trabalho de $\vec{F}$.

A Figura ao lado mostra o gráfico de $U(x)$ versus x para $\alpha = 3$.



Imagine essa força atuando em um bloco.

Considere $x > 0$ e que o bloco vai para a direita (x cresce). Vemos que U aumenta. Portanto, aumenta a capacidade de $\vec{F}$ realizar trabalho no bloco. Só tem um jeito, $\vec{F}$ não pode estar realizando um trabalho positivo nesse processo, pois nesse caso a capacidade de $\vec{F}$ realizar trabalho estaria diminuindo. Conclusão: $W_{\vec{F}} < 0$ e a força $\vec{F}$ aponta no sentido de –x ($\theta = 180°$).

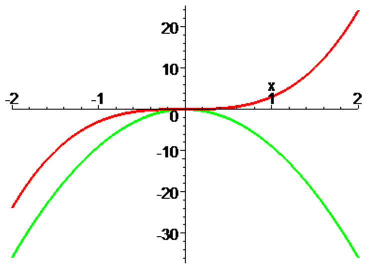
Considere $x < 0$ e que o bloco vai para a direita (x cresce). Vemos que U aumenta. Portanto, aumenta a capacidade de $\vec{F}$ realizar trabalho no bloco. Só tem um jeito, $\vec{F}$ não pode estar realizando um trabalho positivo nesse processo, pois nesse caso a capacidade de $\vec{F}$ realizar trabalho estaria diminuindo. Conclusão: $W_{\vec{F}} < 0$ e a força $\vec{F}$ aponta no sentido de –x ($\theta = 180°$).

Conclusão geral: essa força, para qualquer x, aponta no sentido de –x (a não ser onde ela se anula).

Esse fato está de acordo com a relação de validade geral:

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}(\alpha x^3) = -3\alpha x^2$$

A curva de F_x versus x foi acrescentada ao lado (em verde). O fato de valer sempre $F_x < 0$ significa exatamente que essa força está ao longo de –x. Note que em $x = 0$ a força se anula (um ponto de equilíbrio instável para o bloco).



Se soltarmos o bloco em uma posição $x > 0$, essa força empurra ele para $x \to -\infty$. A força sempre empurra o bloco para esse extremo e, à medida que ela faz isso, ela vai realizando um trabalho positivo ($\theta = 0°$) sobre o bloco e sua capacidade de realizar trabalho vai diminuindo.

No caso da energia potencial gravitacional $U_g = mgh$ obtemos para a força:

$$F_h = -\frac{dU_g}{dh} = -\frac{d}{dh}(mgh) = -mg$$

O sinal de – significa apenas que a força (peso) aponta para baixo, pois a coordenada h (altura) é uma coordenada que sempre aponta para cima.