

Q25.1: É verdade, para que circule corrente elétrica em regime estacionário em um condutor que possui uma resistividade elétrica não nula, deve haver dentro desse condutor um campo elétrico, um campo elétrico que empurra os portadores de carga para a frente e vence o arraste oposto ao movimento. Podemos comparar essa situação com a de um bloco apoiado em uma superfície horizontal com atrito. Para que esse bloco se desloque com velocidade constante (regime estacionário), tem que atuar nele uma força externa constante, que vença a força de atrito cinético, oposta ao movimento. Na ausência dessa força externa o bloco poderia se deslocar apenas por alguns instantes, até ser parado pela ação do atrito. Nessa analogia o bloco é um portador de carga dentro do condutor, a força de atrito é a força de arraste, produzida basicamente por colisões, e a força externa é o campo elétrico. Na ausência de um campo elétrico dentro de um condutor poderia haver apenas uma corrente transiente, de decaimento muito rápido. Discutimos um pouco esses transientes no capítulo 21, os transientes que antecedem o equilíbrio eletrostático em um material condutor.

Na lei de Ohm (microscópica), $\vec{E} = \rho \vec{J}$ ou $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, $\vec{E}$ é o campo elétrico dentro do meio condutor (ôhmico) de resistividade ρ (e condutividade $\sigma = 1/\rho$), campo que está produzindo a densidade de corrente $\vec{J}$ dentro desse meio. $\vec{E}$ é a causa e $\vec{J}$ é o efeito, efeito tanto menor quanto maior o valor de ρ .

No capítulo 21 estudamos a eletrostática, que não é o mesmo contexto dos circuitos elétricos. Enfim, para que as cargas elétricas (que possuem mobilidade, os portadores de carga) fiquem estáticas no interior de um condutor, o campo elétrico dentro dele tem que ser nulo. Não é esse o caso aqui, ninguém está assumindo que os portadores de carga elétrica devem ficar estáticos dentro do condutor. Pelo contrário, agora assumimos que eles estão viajando com velocidade constante dentro do condutor. Daí, concluímos que deve existir um campo elétrico dentro do condutor. Não há contradição, são dois contextos diferentes.

A questão que fica é: quem produz esse campo elétrico no interior de um condutor que transporta corrente elétrica? Esse campo elétrico é produzido por densidades de carga elétrica (não uniformes) depositadas nas superfícies dos fios que transportam corrente elétrica. Basicamente, ao conectarmos uma bateria a um circuito elétrico, ocorre rapidamente um acúmulo de cargas elétricas nas superfícies dos fios. Essas densidades de carga superficiais produzem campo elétrico dentro (e fora) do fio e empurram os portadores de carga, estabelecendo a corrente quase que instantaneamente ao longo de todo o circuito. Enfim, as mesmas densidades de carga superficiais que lá na eletrostática assumem valores tais que anulam o campo elétrico dentro do condutor, assumem aqui, no contexto de correntes elétricas, valores diferentes, que produzem um campo elétrico não nulo e axial dentro do condutor. Por que há essa diferença? Lá na eletrostática o condutor estava isolado, entregue à própria sorte. Aqui o condutor (o fio) está conectado a uma bateria, que é um agente externo que modifica a distribuição de cargas na superfície do condutor.

Concluindo: dentro dos materiais condutores de eletricidade há os portadores de carga elétrica, que são partículas que possuem carga elétrica q e que, além disso, possuem mobilidade. Nos metais, por exemplo,

os portadores de carga são os elétrons, que foram liberados das últimas camadas dos átomos que compõem o material do metal. Outros elétrons, das camadas mais internas, e os prótons dentro dos núcleos atômicos possuem carga elétrica, mas não possuem mobilidade. Eles ficam fixos em suas posições, compondo uma estrutura razoavelmente rígida (uma rede cristalina). Em uma solução eletrolítica os portadores de carga podem ser íons, como no caso de uma solução de água e sal de cozinha. Se assumimos que esse condutor está em equilíbrio eletrostático, segue que em seu interior deve valer $\vec{E} = \vec{0}$, pois, caso contrário, haveria uma força $q\vec{E}$ em um portador de carga e nada o impediria de sair se movendo no volume do condutor. Não haveria “equilíbrio eletrostático”. Se assumimos, por outro lado, esse condutor está conduzindo uma corrente elétrica, então é necessário que haja a força $q\vec{E}$ nos portadores, para que eles fluam no volume do condutor, submetidos a um arraste (resistividade/resistência elétrica). Então, nesse contexto tem que valer $\vec{E} \neq \vec{0}$.

Q25.2: Não está mencionado mas pressupõe-se que o bastão cilíndrico seja constituído de um material ôhmico. Esse lapso no enunciado da questão nos permite discutir a confusão que muitas vezes percebemos na definição da Lei de Ohm. Para um dispositivo qualquer de dois terminais (A e B) podemos definir sua resistência elétrica R por:

$$R = \frac{V_{AB}}{I}$$

sendo V_{AB} a diferença de potencial (positiva) entre os terminais A e B e I a corrente (positiva) que circula de A para B (ou de B para A, não importa). Essa não é a lei de Ohm, trata-se apenas da definição de resistência elétrica. Ela vale para uma lâmpada incandescente, uma bateria, um diodo, um transistor (sendo A e B quaisquer dois dos seus três terminais) ou qualquer outro dispositivo elétrico. A lei de Ohm diz que existem dispositivos para os quais R é uma constante, ou seja, R não depende nem de V_{AB} nem de I . Esses são os chamados dispositivos ôhmicos. Um exemplo de dispositivo não-ôhmico é o diodo. Dependendo da polaridade de V_{AB} o diodo conduz ou não. Portanto, sua resistência depende de V_{AB} . Um exemplo de dispositivo ôhmico é um cilindro feito de um material ôhmico, como o filamento de uma lâmpada incandescente. Um material ôhmico é aquele que obedece à lei de Ohm microscópica: $\vec{E} = \rho \vec{J}$. Essa lei diz que a densidade de corrente é proporcional ao campo elétrico no interior do material, sendo ρ a resistividade desse material, que não depende nem J nem de E (mas depende da temperatura). Para um bloco cilíndrico feito de material ôhmico de resistividade ρ podemos mostrar que:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

sendo L o comprimento do cilindro (na direção da corrente) e $A = \pi r^2$ a área da seção transversal do cilindro. A lei de Ohm microscópica ($\vec{E} = \rho \vec{J}$ com ρ constante) leva à lei de Ohm macroscópica ($V_{AB} = R I$ com R constante). As leis de Ohm apenas dizem que existem materiais e dispositivos (macroscópicos) que

apresentam comportamentos simples, relações lineares, proporcionalidades, com constantes de proporcionalidade ρ e R . Outros casos mais complicados, não lineares, constituem os materiais e dispositivos não-ôhmicos.

Se triplicarmos o comprimento desse cilindro, $L \rightarrow 3L$, e triplicarmos o diâmetro do cilindro, ou seja, triplicarmos o raio da seção transversal, $r \rightarrow 3r$, obtemos uma nova resistência elétrica R' tal que:

$$R' = \rho \frac{L'}{A'} = \rho \frac{3L}{\pi(3r)^2} = \frac{1}{3} \rho \frac{L}{A} = \frac{1}{3} R$$

Enfim, aumentando o comprimento aumenta a resistência. Aumentando a área da seção transversal diminui a resistência. Se triplicamos L e r simultaneamente, o resultado final é uma redução na resistência elétrica do cilindro por um fator $1/3$.

Q25.3: A resistividade não muda, ela é uma característica do material de que esse bastão é feito. A resistividade é como a densidade de massa. Ao alterarmos as dimensões de um corpo alteramos seu volume e sua massa, mas a densidade de massa (que é a razão entre a massa e o volume) não muda, ela é uma característica do material de que o corpo é feito. Então, se cortamos uma mesa de madeira ao meio, isso não altera a densidade de massa da madeira de que a mesa é feita. A mesma coisa acontece com a resistividade. Mas, isso não significa que a resistividade é imutável, ela pode depender da temperatura do corpo, por exemplo (assim como a densidade de massa, devido à expansão térmica). Quanto maior a temperatura de um material, maior a sua resistividade, pois a origem da resistividade (oposição ao estabelecimento de corrente no material condutor) está ligada às colisões dos portadores de carga com o meio condutor em que eles se propagam. Quanto maior a temperatura desse meio, maior a taxa de colisões e maior a resistividade. Enfim, não devemos nos iludir com uma expressão do tipo:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \rho = \frac{RA}{L} = \frac{R \pi r^2}{L}$$

e acreditar que ρ cresce com r e decresce com L . O fato é que R não é constante nessas equações. Se aumentarmos L , por exemplo, a resistência R aumenta na mesma proporção e ρ não muda. Em outras palavras, ao dizermos que

$$\rho = \frac{R \pi r^2}{L}$$

não estamos dizendo que ρ é proporcional a r^2 ou inversamente proporcional a L . Isso só seria verdade se R fosse uma constante, assim como π . Mas, sabemos que a resistência depende de L e de r , ou seja, $R = R(L, r)$. Introduzindo essa notação na expressão acima ficamos com:

$$\rho = \frac{R(L, r) \pi r^2}{L}$$

que evidencia o fato de que não há proporcionalidade entre ρ e r^2 ou $1/L$. Pelo contrário, ρ é independente de L e de r . ρ é uma característica de um dado material condutor ôhmico, a uma dada temperatura.

Q25.4: Elétrons estão fluindo de um fio (1) com diâmetro maior para um fio (2) com diâmetro menor, ambos de cobre (os fios estão conectados em série, um após o outro). Seja A_1 a área da seção transversal do fio maior e A_2 a área da seção transversal do fio menor. As correntes nos dois fios devem ser iguais, no regime estacionário. Portanto, supondo que a corrente esteja fluindo uniformemente na seção transversal dos dois fios:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow J_1 A_1 = J_2 A_2$$

Vemos que, como não poderia deixar de ser, a densidade de corrente (por unidade de área) é menor no fio mais grosso ($A_1 > A_2 \Rightarrow J_1 < J_2$).

Sabemos que $J = n q v_A$, sendo n a densidade de portadores de carga por unidade de volume do material dos fios (cobre), q a carga elétrica do portador (o módulo da carga do elétron) e v_A o módulo da velocidade de arraste (média), ou de deriva (v_d), com que os portadores se movem na direção da corrente. Portanto:

$$J_1 A_1 = J_2 A_2 \Rightarrow n q v_{A1} A_1 = n q v_{A2} A_2 \Rightarrow v_{A1} A_1 = v_{A2} A_2$$

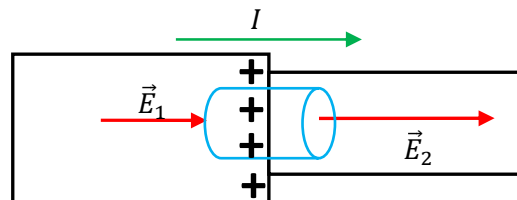
Vemos, portanto, que como $A_1 > A_2$ segue que $v_{A1} < v_{A2}$, ou seja, os portadores de carga aceleram quando passam do fio mais grosso para o fio mais fino. Note que a mesma coisa aconteceria em uma tubulação de água com um cano mais grosso conectado a um cano mais fino. Se a vazão de água é a mesma nos dois canos, a água tem que viajar mais rapidamente no cano mais fino, para que a mesma quantidade de água seja transportada (por segundo) através da seção transversal de cada um dos dois canos. Nesse caso a água seria acelerada por uma diferença de pressão: a pressão da água no tubo mais grosso tem que ser maior, para que haja uma força resultante na água apontando do tubo mais grosso para o tubo mais fino.

No caso elétrico, qual a origem da força que acelera os portadores? Só pode ser um campo elétrico. Um campo elétrico gerado por que cargas? Cargas depositadas na junção entre os dois fios. Note que, da lei de Ohm microscópica:

$$E = \rho J \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{J_1}{J_2}$$

Portanto, como $J_1 < J_2$, segue que $E_1 < E_2$. O campo elétrico é mais intenso no fio mais fino. Considere então a Figura ao lado, que ilustra a junção entre os fios e os campos elétricos axiais dentro desses fios (visão de perfil). Note que a corrente (I) flui para a direita (sentido convencional, dos hipotéticos portadores de carga

positiva), que é o mesmo sentido do campo elétrico dentro dos fios. Os elétrons fluem para a esquerda, tendo em vista o fato de que a carga elétrica dos elétrons é negativa. Vamos aplicar a lei de Gauss à superfície fechada cilíndrica azul S , que tem uma tampa (de área A) no fio grosso e outra tampa no fio fino (a normal $\hat{n}$ está para fora de S):



$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = (-E_1 + E_2) A = \frac{q_{INT}}{\epsilon_0}$$

Note que $\hat{n}$ está para fora de S e é oposto a $\vec{E}_1$ (daí o sinal de -) e paralelo a $\vec{E}_2$ (daí o sinal +) nas tampas. Vemos então que como $E_1 < E_2$ (então $E_2 - E_1 > 0$) segue que há um excesso de carga positiva na região da junção entre os dois fios (como ilustrado na Figura). O campo elétrico criado por essas cargas positivas, superposto ao campo elétrico criado pelas (outras) distribuições de carga nas superfícies dos fios produz esse “salto” na intensidade do campo elétrico na região da junção. Ao passar do fio fino para o fio grosso um elétron fica submetido a um campo elétrico menos intenso e freia, assumindo uma velocidade de arraste menor. Equivalentemente, ao passar do fio mais grosso para o fio mais fino um portador de carga positiva fica submetido a um campo elétrico maior e acelera, assumindo uma velocidade de arraste maior. Sempre podemos raciocinar em termos de portadores de carga positiva, fluindo no mesmo sentido (convencional) da corrente, pois é mais simples e chegamos às mesmas conclusões (mas não devemos nos esquecer que os portadores de carga elétrica nos metais são elétrons). Podemos imaginar um portador de carga positiva vindo da esquerda, no fio mais grosso, sendo repelido pelas cargas positivas na junção e sendo obrigado a se mover devagar nesse fio. Ao atravessar a junção esse portador de carga continua sendo repelido por essas cargas, mas agora a repulsão o acelera para a direita, aumentando sua velocidade no fio mais fino.

Podemos nos perguntar por que essa distribuição de cargas se formou nessa região. Essa distribuição de cargas se deposita rapidamente, após um transiente. Imagine que você acabou de ligar o circuito e que essa distribuição de cargas não existe ainda. Imagine que o campo elétrico seja o mesmo, tanto no fio grosso quanto no fio fino. Então (sendo $A_1 > A_2$):

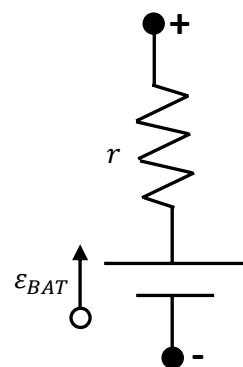
$$E_1 = E_2 \Rightarrow J_1 = J_2 \Rightarrow J_1 A_1 > J_2 A_2 \Rightarrow I_1 > I_2$$

Conclusão, durante esse transiente a corrente no fio mais grosso é maior. Portanto, estão saindo mais elétrons na região da junção entre os dois fios do que chegando. Eles chegam nessa região pelo lado do fio fino e saem pelo lado do fio grosso. Se estão saindo mais cargas negativas do que chegando, a região vai se tornar positivamente carregada. Concluindo: durante um rápido transiente a carga elétrica positiva vai se acumulando na região da junção entre os fios, essas cargas vão criando o campo elétrico que discutimos acima e as correntes nos dois fios vão se igualando, até que no regime estacionário elas se tornam iguais e a carga elétrica acumulada na junção atinge um valor fixo. Uma distribuição de cargas estáticas.

Note que chegaríamos à mesma conclusão (com um raciocínio mais simples) se tivéssemos raciocinado em termos de portadores de carga positiva. Esses portadores (hipotéticos) estariam fluindo para a direita, no mesmo sentido da corrente. Durante o transiente, enquanto a corrente no fio grosso fosse maior que a corrente no fio fino (porque $E_1 = E_2$), estariam chegando mais cargas positivas na região da junção (vindo do fio grosso) do que saindo (indo para o fio fino). Daí haveria um acúmulo de cargas positivas nessa região. Esse acúmulo progressivo iria modificando as próprias correntes nos fios, aumentando a corrente no fio mais fino e diminuindo a corrente no fio mais grosso, até que finalmente o equilíbrio se estabelece quando valer $I_1 = I_2$ e a carga acumulada na junção atingir um valor fixo.

Q25.7: Curto-circuitar os terminais de uma fonte nunca é uma boa ideia.

A Figura ao lado ilustra o esquema de uma fonte (uma bateria) com força eletromotriz (FEM) ε_{BAT} e resistência interna r . Essa fonte (real) é a junção de uma fonte ideal com um resistor. A FEM é a capacidade que esse dispositivo tem de separar as cargas, depositando-as nas placas + e -. Essa separação exige um dispêndio de energia (afinal as cargas + e - se atraem mutuamente), que é obtida da reação química. A resistência interna é a oposição que os portadores de carga encontram para fluir dentro desse dispositivo. Como medir a resistência interna r de uma fonte/bateria? Imagine que conectemos um resistor de resistência R_1 aos terminais + e - dessa fonte. A corrente que vai fluir nesse circuito é (percorrendo a malha bateria real + R_1 partindo do e voltando ao terminal -):



$$\varepsilon_{BAT} - r I_1 - R_1 I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon_{BAT}}{R_1 + r}$$

Está claro que R_1 e r estão em série. Essa equação manifesta a conservação da energia, ou seja:

$$\varepsilon_{BAT} I_1 = r I_1^2 + R_1 I_1^2$$

A energia potencial elétrica que a bateria fornece aos portadores de carga (na taxa $\varepsilon_{BAT} I_1$) é convertida em calor nos resistores (nas taxas $r I_1^2$ em r e $R_1 I_1^2$ em R_1). O saldo é zero.

Imagine agora que conectemos um resistor de resistência R_2 aos terminais + e - dessa fonte. A corrente no circuito será (de acordo com a equação anterior):

$$I_2 = \frac{\varepsilon_{BAT}}{R_2 + r}$$

e a diferença de potencial (DDP) entre os terminais desse resistor R_2 será (da lei de Ohm):

$$\Delta V_2 = R_2 I_2 \Rightarrow \Delta V_2 = \frac{\varepsilon_{BAT}}{R_2 + r} R_2$$

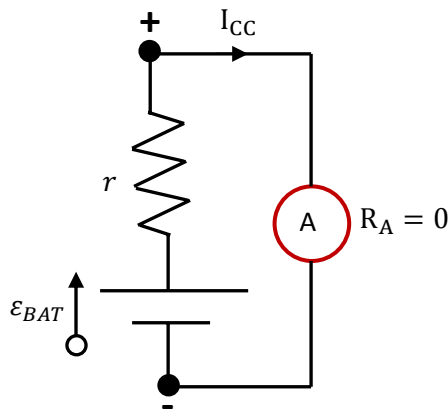
Fazendo a razão entre a DDP no resistor R_2 , quando somente R_2 está ligado à bateria e a corrente I_1 , quando somente R_1 está conectado à bateria, obtemos:

$$\frac{\Delta V_2}{I_1} = \frac{\varepsilon_{BAT}}{R_2 + r} R_2 \left(\frac{R_1 + r}{\varepsilon_{BAT}} \right) = \frac{R_1 + r}{R_2 + r} R_2$$

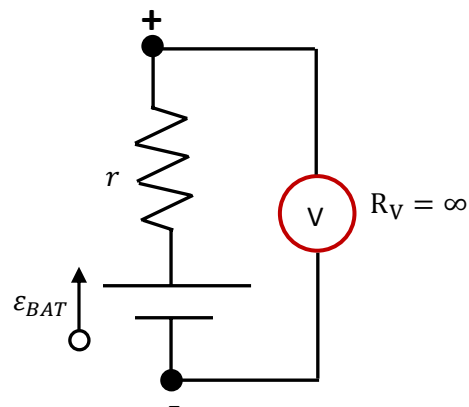
Agora vamos conectar essas idéias à questão que foi colocada. Queremos medir o valor de r . Considere agora que R_1 é a resistência interna de um amperímetro ideal, ou seja, $R_1 = 0$. Então, I_1 é a corrente que circula na bateria em curto-circuito (um curto-circuito é uma conexão com resistência elétrica desprezível). O amperímetro que curto-circuita os terminais da bateria mede essa corrente de curto-circuito $I_1 = I_{CC}$. Considere também que R_2 é a resistência interna de um voltímetro ideal, ou seja, $R_2 \rightarrow \infty$. Então ΔV_2 é a DDP entre os terminais da bateria com seus terminais abertos (circuito aberto), não fornecendo nenhuma corrente de fato. O voltímetro conectado aos terminais da bateria mede essa DDP $\Delta V_2 = \Delta V_{CA}$ de circuito aberto. Portanto, nesse caso obtemos a razão:

$$\frac{\Delta V_{CA}}{I_{CC}} = \frac{0 + r}{R_2 + r} R_2 = \frac{R_2 r}{R_2 + r} \xrightarrow{R_2 \rightarrow \infty} \frac{R_2 r}{R_2} = r$$

Conclusão, fazendo essas duas medidas na bateria, corrente de curto-circuito (I_{CC}) e DDP de circuito aberto (ΔV_{CA}), e definido a razão $\Delta V_{CA}/I_{CC}$, obtemos o valor da resistência interna da bateria. Os dois circuitos que realizam essas medidas estão ilustrados abaixo.



O amperímetro ideal curto-circuita a bateria e mede a corrente (alta) de curto-circuito I_{CC} .



O voltímetro ideal abre o circuito (não deixa passar corrente) e mede a DDP de circuito aberto ΔV_{CA} . Note que $\Delta V_{CA} = \varepsilon_{BAT}$.

Resumindo, de acordo com os circuitos acima:

$$I_{CC} = \frac{\varepsilon_{BAT}}{r}$$

$$\Delta V_{CA} = \varepsilon_{BAT}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_{CA}}{I_{CC}} = \frac{\varepsilon_{BAT}}{\varepsilon_{BAT}/r} = r$$

Curto-circuitar os terminais de uma bateria (ou de uma fonte qualquer) pode não ser uma boa ideia, pois a corrente I_{CC} pode ser gigantesca e provocar efeitos irreversíveis como o derretimento de terminais e a

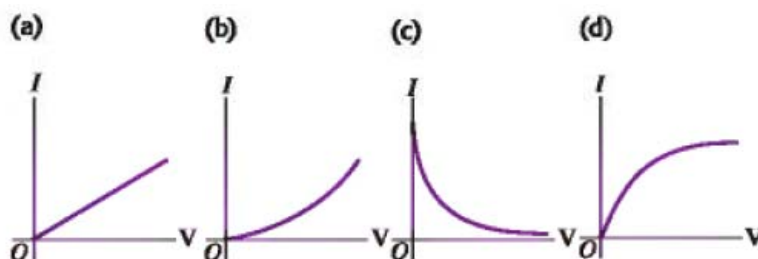
degradação das partes internas da bateria. Seria mais prudente utilizar as expressões acima com um resistor de valor R_1 conhecido com precisão, longe do limite $R_1 = 0$. Conhecer o valor de um resistor com grande precisão não é uma tarefa simples. Exige equipamentos de medição geralmente não disponíveis para o público em geral. Mas enfim, se essa fosse uma tarefa que eu devesse realizar com frequência em meu trabalho, eu teria um resistor padrão de resistência R_1 bem conhecida, e de potência alta, para minimizar os efeitos da temperatura. Esse resistor especial (que não se acha jogado por aí) seria um equipamento como outro qualquer, como o voltímetro e o amperímetro.

Q25.11: Se você esfregar as mãos uma na outra vigorosamente vai perceber que elas esquentam. O aumento de energia interna e concomitante aumento na temperatura é um fenômeno comum associado às forças de atrito ou arraste. Ao arrastar uma superfície na outra, os átomos superficiais vibram para cá e para lá, a energia interna desses corpos aumenta, pois as vibrações se propagam para o interior, levando a um aumento nas suas temperaturas. Analogamente, quando um portador de carga viaja dentro de um condutor ele sofre uma oposição ao seu movimento, um arraste. Podemos imaginar um metal como um aglomerado regular de íons (positivos) formando uma rede razoavelmente rígida no interior da qual os elétrons (negativos) viajam. Se essa rede de íons fosse perfeita (um cristal) e estática, sem defeitos ou impurezas, não haveria resistência elétrica, esse metal seria um condutor perfeito. No entanto, no mundo real não existe um cristal perfeito de dimensões macroscópicas. Sempre há defeitos na regularidade da rede e impurezas, ou seja, outros átomos/íons, presentes na rede. Sempre há também uma agitação térmica dos íons, desorganizando o arranjo de íons no espaço. Ao viajar dentro dessa rede imperfeita e desorganizada de íons, impulsionados por um campo elétrico, os portadores de carga sofrem colisões com esses defeitos, impurezas e íons deslocados pela agitação térmica. Ao colidir, os elétrons perdem sua energia cinética, e a rede de íons ganha, aumentando sua energia interna e elevando a temperatura da rede e do material condutor como um todo. Um resistor é basicamente um condutor em que esses efeitos de colisões (arraste) são maiores, mas eles acontecem em todos os condutores que possuem alguma resistência elétrica. Mesmo em um supercondutor essas colisões acontecem, mas elas se dão de tal forma que a energia que um elétron perde para a rede de íons é transferida para outro elétron, preservando a energia cinética do par de elétrons (condução sem dissipação de energia).

Ao aquecer o material condutor, um metal, por exemplo, a taxa de colisões elétrons/íons aumenta, porque os íons ficam mais agitados e se desviam mais de suas posições de equilíbrio. Portanto, há um aumento na resistência elétrica do resistor com o aumento da sua temperatura. É interessante mencionar que outros materiais, ou dispositivos, podem ter um comportamento diferente. Um semicondutor, por exemplo, tem inicialmente uma diminuição de sua resistência elétrica com o aumento da temperatura. Isso porque a quantidade de portadores de carga aumenta com o aumento da temperatura. O (grande) aumento na quantidade de portadores de carga melhora a condução elétrica no semicondutor, mesmo que haja um

(pequeno) aumento na taxa de colisões. Para altas temperaturas um semicondutor se comporta como um material resistivo normal, ou seja, ele não vai se tornar um “supercondutor a altas temperaturas”. Nos metais a quantidade (gigantesca) de portadores de carga (elétrons livres) é constante, independente da temperatura. Todos esses fatos ligados à condução elétrica nos diferentes materiais são descritos/explicados quantitativamente pela teoria de bandas de condução, que é uma teoria quântica.

Q25.12:



Qual das curvas I versus V acima representa o comportamento esperado para um resistor?

A resistência elétrica de um resistor qualquer (aliás, de um dispositivo qualquer) é definida pela razão:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow I = \frac{V}{R}$$

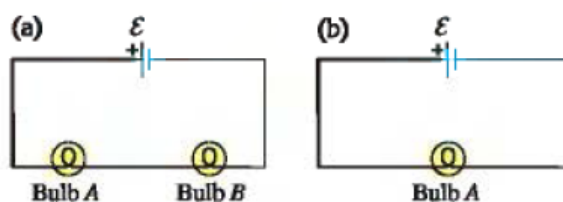
Portanto, uma curva I versus V deve ter em cada ponto uma inclinação dada por (supondo R independente de V , como no caso de um resistor):

$$\frac{dI}{dV} = \frac{d}{dV} \left(\frac{V}{R} \right) = \frac{1}{R} \frac{d}{dV} V = \frac{1}{R}$$

Conforme nossa discussão na questão anterior, já sabemos que a resistência elétrica de um resistor aumenta com o aumento de sua temperatura. Sabemos também que a simples passagem de corrente elétrica por um resistor faz com que a temperatura dele aumente, esse é o chamado efeito Joule. Conclusão: o simples ato de passar corrente em um resistor faz com que a resistência elétrica dele aumente e, além disso, quanto maior a corrente, maior o aquecimento e maior a resistência elétrica. Dessa forma, concluímos que a inclinação de uma curva I versus V , que é dada por $1/R$, deve diminuir com o aumento de I (ou de V). A curva deve ficar mais deitada, mais horizontal, à medida que V aumenta. Isso acontece com as curvas (c) e (d) acima. Agora vale o bom senso: se $V = RI$, então a curva tem que passar pela origem, pois se $V = 0$ então $I = 0$. Conclusão, a curva I versus V compatível com essa discussão é a curva (d). No início da curva a corrente cresce rapidamente com V . Mais adiante esse crescimento se torna mais lento, porque a resistência elétrica está aumentando. A curva em (c) é absurda porque não passa pela origem e também porque a corrente diminui com o aumento de V . A curva apresentada em (a) poderia representar um dispositivo ôhmico ideal, em que não houvesse nenhum efeito da temperatura sobre a resistência. Ela poderia ser obtida também em um

experimento em que a temperatura do resistor fosse mantida constante, por exemplo, através de um sistema de refrigeração. Não parece ser esse o foco dessa questão, tendo em vista o link com a Q25.11. Note que no início da curva (d), para pequenos valores de V e I , ela se parece com a curva (a), porque os efeitos da temperatura ainda são pequenos. Concluindo: podemos observar a curva (a) se realizarmos um experimento em que, por qualquer razão, a temperatura do resistor não varia muito ($R=\text{constante}$ e I é proporcional à V). Em geral, em um experimento em que deixamos a temperatura do resistor crescer livremente ($R = R(T)$ e R cresce com T), observamos a curva (d). Quando dizemos que para um resistor a resistência R definida em geral pela relação $R = V/I$ é uma constante, queremos dizer que nessa equação R não depende nem de V nem de I . Mas, a resistência de um resistor pode e deve depender da temperatura e, portanto, em um experimento em que essa temperatura não é controlada, R acaba ganhando uma dependência “por tabela” de V e de I . O uso do termo “resistor real” no enunciado dessa questão não foi muito feliz. Não existe nada de “irreal” em se fazer um experimento para construir a curva I versus V com a temperatura do resistor fixa. Basta mergulhá-lo em um balde de água.

Q25.14: Consideremos os circuitos abaixo, as lâmpadas incandescentes A e B são idênticas:



O brilho de uma lâmpada está determinado pela potência que ela dissipa. Maior potência, maior brilho. Ao passar corrente pelo filamento de uma lâmpada incandescente ele aquece muito (efeito Joule) e passa a emitir (muita) radiação. O filamento deve ser feito de materiais de alto ponto de fusão, como o tungstênio. Uma fração dessa radiação emitida está no espectro visível (cerca de 10%), que é o brilho da lâmpada. O restante da radiação está basicamente no infravermelho, é invisível, e é chamado comumente de calor. As lâmpadas incandescentes têm baixo rendimento (muito consumo de energia para pouco brilho) e, também por isso, estão sendo substituídas por lâmpadas de outras tecnologias mais eficientes (e bem mais caras), como as fluorescentes e as de LED.

Para um resistor de resistência R , que nesse caso é o filamento da lâmpada, a potência é dada por:

$$P = V I = \frac{V^2}{R} = R I^2$$

Qualquer uma dessas três expressões pode ser usada, de acordo com a conveniência.

Por exemplo: no circuito (a), qual lâmpada brilha mais? Se elas são iguais, então $R_A = R_B = R$. Como elas estão em série, segue que $I_A = I_B = I$. Portanto:

Direitos reservados ao autor: José Arnaldo Redinz / Universidade Federal de Viçosa – MG (Nov./2022) Ver. 1.6

$$R_A I_A^2 = R I^2 = R_B I_B^2 = R I^2$$

As duas lâmpadas têm o mesmo brilho.

b) No circuito (b), a lâmpada A brilha mais do que quando ela estava ligada no circuito (a)?

No circuito (a) a corrente vale (R_A e R_B em série):

$$I_a = \frac{\varepsilon}{R_A + R_B} = \frac{\varepsilon}{2R}$$

No circuito (b) a corrente vale:

$$I_b = \frac{\varepsilon}{R_A} = \frac{\varepsilon}{R}$$

Portanto, no circuito (b) a mesma lâmpada está sendo atravessada pelo dobro da corrente. Como $P = R I^2$, segue que ela está brilhando quatro vezes mais no circuito (b).

Ao retirar a lâmpada B, que estava em série com a lâmpada A, diminuimos a resistência elétrica do circuito, aumentamos a corrente através da lâmpada A e aumentamos a potência $P = R I^2$ que ela dissipa. A lâmpada A passa a brilhar mais.

Q25.20: Imagine um chuveiro elétrico, que pretende aquecer a água de uma temperatura inicial T_0 para uma temperatura final T_f , com uma vazão de água de U litros/segundo. Esse processo requer uma certa potência P , uma certa taxa de transferência de calor Q para a água, tal que:

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Qual a corrente I que deve circular no resistor desse chuveiro? Qual a DDP V que deve ser aplicada nos terminais do resistor desse chuveiro? Essas perguntas não têm uma única resposta. Só sabemos que para que o chuveiro atinja seu objetivo deve valer:

$$P = V I$$

Na prática, se você for a uma loja vai encontrar chuveiros que podem funcionar em 110 V e chuveiros que podem funcionar em 220 V. Mas enfim, V poderia ter qualquer valor. Quanto menor o valor de V , maior deve ser a corrente, para que o chuveiro cumpra seu objetivo, ou seja, entregar uma potência P na forma de calor para a água. Por isso existe uma vantagem nos chuveiros que funcionam em 220 V: podemos usar fios mais finos para conectá-los à rede elétrica, pois eles funcionam com corrente menor. Fios mais finos são mais baratos. Mas não se engane, chuveiros de 220 V consomem tanta energia quanto chuveiros de 110 V (com a mesma potência). A energia consumida em um banho de duração Δt é $E = P \Delta t$.

Com uma linha de transmissão acontece algo similar. A linha de transmissão tem que ser capaz de transmitir para uma determinada cidade uma certa potência P , para que essa cidade seja capaz de funcionar. A linha pode fazer isso com quaisquer valores de V e I . Mas, quanto maior V , menor pode ser a corrente, mais finos podem ser os fios e menores as perdas por calor nos fios ($P_{FIO} = R_{FIO} I^2$). Os fios podem ser também mais finos e mais leves, e requererem torres de sustentação mais baratas.

Dessa forma, é vantajoso que a linha de transmissão funcione com altas tensões/DDPs (500 kV, por exemplo). Mas, existem também as desvantagens. Se uma pessoa tocar um fio com 500 kV vai se transformar em carvão instantaneamente. Por isso, as linhas de alta tensão requerem torres altas para a fixação dos fios, muitos isoladores para isolar os fios das torres etc. Quando a linha de transmissão vai entrar em uma cidade ela se transforma, nas subestações de energia elétrica, em uma linha de distribuição, de menor tensão e maior corrente. Essa redução no nível de tensão ocorre mais uma vez, quando a linha de distribuição vai entrar nas residências. Isso torna o sistema seguro para a população. Esses processos de redução no nível de tensão são realizados pelos transformadores de tensão (ou de voltagem), presentes nas subestações e nos postes da rede de distribuição. Quando estudarmos o fenômeno da indução eletromagnética (e a lei de Faraday) poderemos entender o funcionamento dos transformadores de voltagem.

A Figura ao lado mostra um transformador comum usado em linhas de distribuição de energia elétrica. Nos três fios superiores a voltagem é de milhares de volts e nos fios inferiores essa voltagem foi reduzida para uma centena de volts. Dentro do transformador, hermeticamente fechado, há apenas solenóides e um óleo isolante que circula, por convecção, dissipando o calor produzido pelas correntes elétricas. As tubulações laterais servem para a circulação desse óleo e dissipação do calor produzido pela circulação da corrente elétrica nos fios dos solenóides (efeito Joule).

