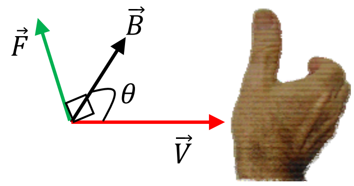
Q27.1: Sim. A força magnética em uma partícula de carga elétrica q e velocidade $\vec{V}$ é dada por:

$$\vec{F} = q\,\vec{V} \times \vec{B}$$

sendo $\vec{B}$ o campo magnético que existe na posição que a partícula ocupa no instante em que ela está sofrendo essa força. Sabemos que a velocidade é um conceito relativo. $\vec{V}$ é a velocidade da partícula em relação a quê? $\vec{F}$ é uma força que vai ser medida por um observador e $\vec{V}$ é, portanto, a velocidade da partícula em relação a esse mesmo observador. Mudando o observador, muda a velocidade $\vec{V}$ e muda a força magnética $\vec{F}$ na partícula. A magnitude de $\vec{F}$ é dada por:

$$|\vec{F}| = q\,V\,B\,\mathrm{sen}(\theta)$$



sendo θ o (menor) ângulo entre os vetores $\vec{V}$ e $\vec{B}$. A Figura ao lado ilustra os três vetores envolvidos nessa relação de força (para uma carga positiva). $\vec{F}$ é ortogonal ao plano formado por $\vec{V}$ e $\vec{B}$ e tem o sentido dado pela regra da mão direita: quando os dedos da mão direita giram de $\vec{V}$ para $\vec{B}$ através do ângulo θ, o polegar aponta no sentido de $\vec{F}$, se q for positiva. No caso de uma carga q negativa, a força $\vec{F}$ nessa partícula tem o sentido oposto ao de $\vec{V} \times \vec{B}$. A Figura ao lado ilustra o caso em que q é positiva.

Se uma partícula penetra em uma região em que o campo magnético tem uma direção fixa, digamos $\vec{B} = B(x,y,z)\hat{x}$ com velocidade $\vec{V} = V\,\hat{x}$ segue que:

$$\vec{F} = q\,V\,\hat{x} \times B(x,y,z)\hat{x} = q\,V\,B(x,y,z)\hat{x} \times \hat{x} = \vec{0}$$

Conclusão, se uma partícula possui velocidade paralela ou antiparalela ao campo magnético, ela não sofre força magnética, mesmo estando mergulhada nesse campo de força. Se a direção do campo magnético for fixa no espaço e a partícula penetrar nessa região com velocidade paralela ou antiparalela ao campo magnético, ela vai passar por essa região sem sofrer nenhum efeito do campo magnético. Ela vai percorrer uma trajetória retilínea, um MRU (na ausência de outras forças).

Note que essa é uma situação bem diferente daquela da força elétrica. Se uma partícula penetra em uma região em que o campo elétrico é dado por $\vec{E} = E(x,y,z)\hat{x}$, segue que:

$$\vec{F} = q\,E(x,y,z)\hat{x} \neq \vec{0}$$

Se a partícula possui carga elétrica q e está mergulhada em um campo elétrico, então fatalmente ela vai sofrer a ação de uma força elétrica. Isso independe do fato dela estar em movimento ou não.

Q27.6: A força magnética $\vec{F}$ não realiza trabalho porque ela é sempre ortogonal ao deslocamento da partícula. Portanto, se A e B são dois pontos quaisquer da trajetória dessa partícula, segue que:

$$W_{mag}(A \to B) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B q\,(\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_A^B q\,(\vec{V} \times \vec{B}) \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} dt = \int_A^B q\,(\vec{V} \times \vec{B}) \cdot \vec{V}\,dt = 0$$

A última igualdade decorre do fato de que $\vec{V} \times \vec{B}$ é ortogonal a $\vec{V}$ e de que o produto escalar entre dois vetores ortogonais entre si é nulo ($\cos(\pi/2) = 0$).

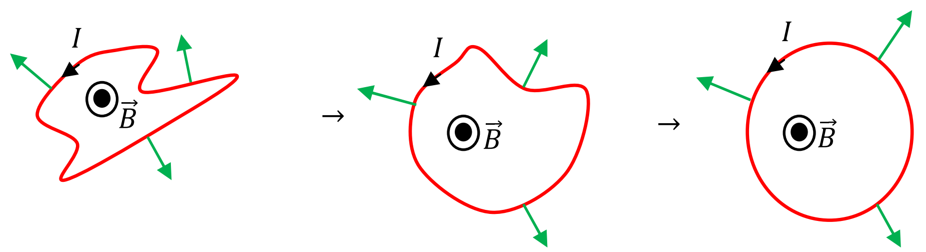
Mas, isso não significa que o campo magnético não tem efeito sobre o movimento da partícula. Pelo contrário, da segunda lei de Newton:

$$m\,\vec{a} = m\,\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} = q\,\vec{V} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{V} \times \vec{B}$$

Podemos ver que uma partícula em um campo magnético possui aceleração ortogonal a sua velocidade, ou seja, uma aceleração que produz trajetórias curvas. O campo magnético produz trajetórias curvas, em que a energia cinética da partícula se conserva (posto que, do teorema do trabalho-energia: $W_{result}(A \to B) = K_B - K_A$, e $W_{result}(A \to B) = W_{mag}(A \to B) = 0$ se só atua a força magnética na partícula). Uma dessas trajetórias produzidas pela força magnética é o movimento circular uniforme.

Na mecânica temos contato com outras forças que não realizam trabalho, mas influenciam fortemente o movimento de um corpo. Um exemplo é a força normal em um bloco que desce escorregando em um plano inclinado. A força normal não realiza trabalho, mas sem essa força não haveria como o bloco descer ao longo do plano inclinado. Pelo contrário, sem a força normal o bloco cairia em queda livre. Sem a força normal não haveria também força de atrito, pois a força normal é a força de contato com que duas superfícies se “pressionam” mutuamente. Outro exemplo é a força de atrito estático. Enquanto caminhamos, essa força de atrito atua em nossos sapatos que tocam o chão, mas não realiza trabalho, posto que os sapatos não se deslocam enquanto tocam o chão. Mas, sem a força de atrito estático sapatos/chão não poderíamos caminhar. Ficaríamos deslizando no mesmo lugar.

Q27.10:



Uma espira é feita de um fio molenga (flexível), em que circula uma corrente I. A espira é apoiada em uma mesa plana horizontal em uma região onde existe um campo magnético uniforme vertical. Observa-se que a espira vai se deformando espontaneamente até assumir a forma circular. A Figura acima ilustra esse processo (imagine que o plano do papel é o plano horizontal da mesa). A espira é a curva vermelha e as setas verdes são setas da força magnética em alguns pontos da espira. O campo magnético está saindo ortogonalmente da página (que é o plano horizontal da mesa).

Em um segmento infinitesimal de espira de comprimento dl atuará uma força de magnitude:

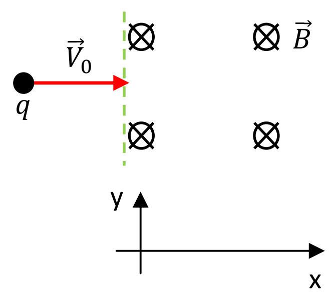
$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

sendo $d\vec{l}$ um vetor comprimento tangente à espira e paralelo à corrente. Note então que $d\vec{F}$ terá a direção ortogonal à espira e à $\vec{B}$, ou seja, $d\vec{F}$ será uma força horizontal (porque $\vec{B}$ é vertical) ortogonal à espira em cada ponto da espira. Sendo o campo magnético uniforme, a força magnética resultante na espira será nula, pois:

$$\vec{F} = \sum_{\text{ESPIRA}} d\vec{F} = \sum_{\text{ESPIRA}} I\, d\vec{l} \times \vec{B} = I \left(\sum_{\text{ESPIRA}} d\vec{l} \right) \times \vec{B} = I\, \vec{0} \times \vec{B} = \vec{0}$$

Portanto, a espira não vai sair do lugar, o centro de massa dela ficará estático, mas ela vai se deformar, porque é flexível. Ela vai se deformar na direção radial para fora se o campo magnético e a corrente na espira tiverem os sentidos indicados na Figura. Se invertermos os dois sentidos simultaneamente nada muda. A espira vai se deformar até atingir a forma circular. Se invertermos apenas um dos sentidos, o de $\vec{B}$ ou o de I, a espira vai se deformar na direção radial para dentro, ela vai murchar, que não é o caso considerado aqui.

Q27.11: Várias partículas entram em uma região onde existe um campo magnético uniforme. Vamos assumir que elas entram nessa região com velocidade ortogonal ao campo magnético. Na Figura ao lado o campo magnético está entrando na página e a velocidade inicial da partícula está no plano da página. No referencial mostrado na Figura (note que o eixo z está para fora da página) obtemos:



$$\vec{V}_0 = V_0\, \hat{x} \qquad\qquad \vec{B} = B\,(-\hat{z})$$

Portanto, essa partícula vai entrar na região com campo sofrendo a força inicial:

$$\vec{F}_0 = q\, \vec{V}_0 \times \vec{B} = q\, V_0 B\, \hat{x} \times (-\hat{z}) = q\, V_0 B\, \hat{y}$$

Se $q > 0$ (um próton, por exemplo) a partícula é desviada na direção $+\hat{y}$.

Se $q < 0$ (um elétron, por exemplo) a partícula é desviada na direção $-\hat{y}$.

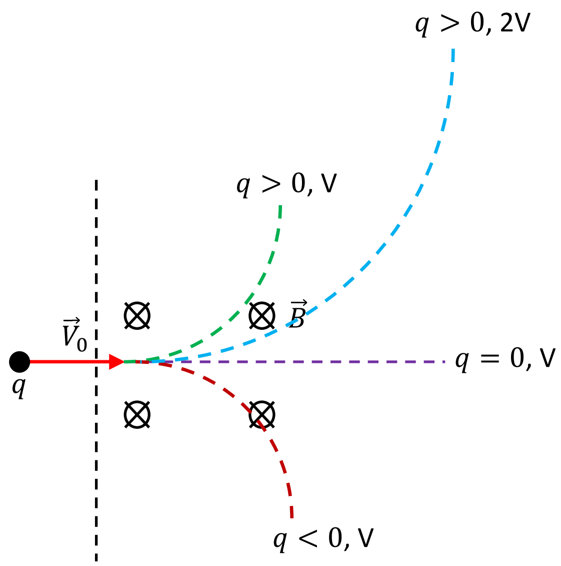
Se $q = 0$ (um nêutron, por exemplo) a partícula não é desviada.

A força magnética não modifica o módulo da velocidade da partícula e, portanto, com o passar do tempo ela continua sofrendo uma força de magnitude $q\,V_0\,B$, não mais na direção y, mas sim na direção ortogonal à velocidade $\vec{V}$. A partícula descreve um arco de círculo. Um arco de círculo com raio R dado por (da segunda lei de Newton para o movimento circular uniforme):

$$m\,\frac{V_0^2}{R} = q\,V_0\,B \Rightarrow R = \frac{m\,V_0}{q\,B}$$

Quanto maior a velocidade inicial da partícula, maior o raio da trajetória, ou seja, mais aberta/suave a curva. As intensidades dos desvios dependerão também das massas das partículas: quanto maior a massa (maior a inércia) mais suave o desvio (lembre-se que se $R \to \infty$ a trajetória se aproxima de uma reta, que é também o caso $q = 0$).

A Figura ao lado ilustra essas possibilidades, supondo que as partículas (carregadas) possuem a mesma massa e a mesma carga, em módulo. As trajetórias verde e vermelha possuem o mesmo raio $R = mV/qB$ enquanto que a trajetória azul possui raio $2R$. A trajetória roxa (um nêutron) possui raio $R \to \infty$ (uma reta).



Q27.13: Uma haste metálica vertical de altura H (ao longo de z, eixo orientado para cima), um mastro de bandeira, por exemplo, conduz uma corrente I (vertical para cima) devido à incidência de um raio. Suponha que o campo magnético da Terra na região da haste seja uniforme e horizontal (x) de magnitude B_T. Então, a força magnética na haste será (fio reto em um campo uniforme):

$$\vec{F} = I\,\vec{L} \times \vec{B} = I\,H\,\hat{z}\, \times B_T\,\hat{x} = I\,H\,B_T\,\hat{y}$$

A força na haste será horizontal e ortogonal ao campo magnético da Terra. A magnitude da força é $I\,H\,B_T$. Vamos supor que: $I \cong 10^5$ A, $H \cong 10$ m e $B_T \cong 40\,\mu T = 40 \times 10^{-6}\,T$. Nesse caso a força magnética na haste terá magnitude:

$$I\,H\,B_T \cong 10^5 \times 10 \times 40 \times 10^{-6} = 40\text{ N}$$

Trata-se basicamente do peso de um corpo de massa 4 kg. Essa força não deve ser capaz de dobrar um mastro de bandeira "em boas condições". Digamos que o "aluno" citado no enunciado é meio exagerado. Mas, não podemos afirmar que sua afirmação de que o poste poderia ser dobrado é impossível.

Q27.15:

Os tempos mudam e os exemplos que utilizamos em aula têm que acompanhar essas mudanças. Essa questão faz alusão à influência que o imã de um alto-falante poderia ter em aparelhos de TV ou monitores de computador. Não há mais nenhuma influência, se considerarmos que os aparelhos atuais possuem telas de LCD, LED ou algo similar. O campo magnético de um imã não produz nenhum efeito sobre essas telas. Antigamente, quando as telas eram tubos de raios catódicos (feixes de elétrons), a aproximação de um imã deformava a imagem, pois desviava o feixe de elétrons responsável pela formação da imagem. A Figura ao lado ilustra esse efeito, que é bem interessante. A ideia é simples, a força $\vec{F} = q\,\vec{V} \times \vec{B}$, sendo $\vec{B}$ o campo do imã, desvia os elétrons que incidem na tela e produzem o brilho dos pixels. Ao desviar as trajetórias que seriam corretas para os elétrons, deforma-se a imagem formada na tela. Alto-falantes (outro dispositivo não mais tão popular, tendo em vista a supremacia dos telefones celulares e seus fones de ouvido) possuem imãs em sua composição e, por isso, produzem esse efeito deformador sobre a imagem em um tubo de raios catódicos.

Q27.22: A força magnética nunca realiza trabalho.

Fato é que uma espira em um campo magnético externo uniforme $\vec{B}$ sofre um torque:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

devido às forças magnéticas (cuja resultante é nula) que atuam nela. $\vec{\mu}$ é o momento magnético da espira, uma grandeza capaz de quantificar/caracterizar as propriedades magnéticas da espira, como o campo magnético que ela mesma produz no espaço e o torque que ela sofre pelo fato de estar mergulhada em um campo magnético externo $\vec{B}$. Para uma espira planar vale $\vec{\mu} = IA\,\vec{n}$, sendo I a corrente na espira, A a área da figura plana delimitada por essa espira (um círculo ou um quadrado, por exemplo) e $\vec{n}$ um vetor normal ao plano da espira, com sentido dado pela regra da mão direita: dedos no sentido de I, polegar no sentido de $\vec{n}$.

O módulo desse torque magnético é:

$$\tau = \mu\, B\, \mathrm{sen}(\theta)$$

sendo θ o (menor) ângulo entre os vetores $\vec{\mu}$ e $\vec{B}$. Esse torque é tal que tende a orientar o momento magnético $\vec{\mu}$ da espira com o campo externo $\vec{B}$. O torque é máximo quando o ângulo entre esses dois vetores é 90° (pois $\mathrm{sen}(90^o) = 1$).

Para $\vec{\mu}$ constante, o trabalho de $\vec{\tau}$ quando a espira gira de um ângulo θ_0 até um θ_f é:

$$W_\tau(\theta_0,\theta_f) = \int_{\theta_0}^{\theta_f} \tau_z \, d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_f} -\mu \, B \, \text{sen}(\theta) \, d\theta = -\mu \, B \int_{\theta_0}^{\theta_f} \text{sen}(\theta) \, d\theta = \mu \, B\cos(\theta_f) - \mu \, B\cos(\theta_0)$$

Há um sinal de – em τ_z porque $\vec{\tau}$ se opõe ao crescimento de θ (o eixo z é dado pela direção do polegar da mão direita quando os outros dedos dessa mão giram no sentido do crescimento de θ).

Portanto, seja $U(\theta) = -\mu \, B \, \cos(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ uma energia orientacional do dipolo, segue que:

$$W_\tau(\theta_0,\theta_f) = -[U(\theta_f) - U(\theta_0)] = -\Delta U$$

Uma espira imersa em um campo magnético externo uniforme gira porque sofre um torque $\vec{\tau}$ das forças magnéticas que atuam nela. Esse é o princípio de funcionamento de um motor elétrico. Esse torque vai levar a espira a uma posição de menor energia orientacional U, que é aquela em que o momento magnético $\vec{\mu}$ da espira está alinhado paralelamente ao campo externo $\vec{B}$ $(U(\theta = 0) = -\mu \, B \, \cos(0) = -\mu \, B)$. Podemos usar esse conceito de energia orientacional no teorema do trabalho energia. Por exemplo, suponha uma espira com momento magnético $\vec{\mu}$ imersa em um campo magnético uniforme $\vec{B}$ e que está em uma posição inicial $\theta_0 = 90^o$ em repouso. A espira é solta e passa girar sob ação do torque $\vec{\tau}$ até que ela vai passar pela posição de equilíbrio $\theta_f = 0$ com a energia cinética rotacional K_f^R dada por (supondo que não atuem outras forças na espira que produzem torque em torno do CM, além da força magnética):

$$K_f^R - K_0^R = W_\tau(\theta_0,\theta_f) = -[U(\theta_f) - U(\theta_0)] = -[-\mu \, B \, \cos(0) + \mu \, B \, \cos(90^o)] = \mu \, B$$

Portanto, a energia orientacional $\mu \, B$ foi transformada em energia cinética rotacional da espira:

$$K_f^R = \mu \, B$$

Podemos definir também uma energia total da espira $E = K^R + U$ e o teorema do trabalho energia fica:

$$K_f^R - K_0^R = -[U(\theta_f) - U(\theta_0)] \Rightarrow E_f = E_0$$

ou seja, enquanto a espira gira, sua energia total (cinética+orientacional) se conserva.

O fato do torque das forças magnéticas na espira poder realizar trabalho não contradiz o fato de que a força magnética não realiza trabalho. Considere que o torque de uma força não envolve "toda" a força, mas apenas aquela componente da força que possui braço de alavanca. A componente da força que não possui braço de alavanca não contribui para o torque e, portanto, seu trabalho não vai ser computado no trabalho do torque. O trabalho do torque calculado acima é o trabalho apenas de uma componente das forças magnéticas na espira, a componente ortogonal ao circuito da espira, que possui braço de alavanca. Há outra componente da força magnética, tangente ao circuito da espira, e tangente à corrente na espira, cujo trabalho não está computado no trabalho de $\vec{\tau}$. Isso ocorre porque essa componente da força magnética é tangencial ao circuito e não produz torque nele. Quando somamos os trabalhos das componentes ortogonal e tangencial das forças magnéticas, obtemos um trabalho nulo. Nos cálculos que fizemos acima, desprezamos o trabalho dessa força magnética tangencial. Para uma espira real, isso seria uma aproximação grosseira. Deveríamos levar em conta no teorema do trabalho energia o trabalho que um agente externo tem que fazer na espira para manter seu momento magnético constante. Esse agente externo tem que existir porque a força magnética tangencial atua no sentido de reduzir a corrente na espira (força eletromotriz induzida, ou FEM de movimento, um conceito que veremos no capítulo 29) e o agente externo, uma bateria, por exemplo, deveria manter fixa a corrente I na espira, para que seu momento magnético IA se mantenha constante enquanto a espira gira. Para partículas elementares, elétrons e prótons, por exemplo, que possuem um momento magnético intrínseco de spin, esses momentos magnéticos podem ser considerados constantes enquanto essas partículas se movem (até prova em contrário o campo magnético pode realizar trabalho sobre momentos magnéticos de spin).

Considere o exemplo de um motor elétrico, que é basicamente um conjunto de solenóides (rotor) girando no campo magnético de um outro conjunto de solenóides fixos (estator). O motor é capaz de realizar trabalho mecânico, por exemplo, erguer um saco de cimento. Essa energia vem do campo magnético? Não, vem da tomada elétrica em que o motor está ligado. O campo elétrico produzido pela tomada mantém a corrente nos fios do rotor, enquanto ele gira. Esse campo elétrico realiza um trabalho positivo enquanto o motor ergue um saco de cimento, vencendo a força magnética tangencial ao condutor (força contra-eletromotriz). O campo magnético produz torque, mas não realiza trabalho.

Na mecânica temos exemplos de forças que são importantes para um movimento, mas que não realizam trabalho. Por exemplo, enquanto caminhamos precisamos da força de atrito estático, sem ela não conseguimos sair do lugar, mas a força de atrito estático não realiza trabalho (caminhamos graças à nossa energia interna).

Enfim, essa discussão que fizemos aqui poderá ser melhor compreendida apenas após o estudo do fenômeno da indução eletromagnética, no capítulo 29 do livro-texto. Lá veremos que a rotação de uma espira de um motor em um campo magnético produz nessa espira uma força (magnética) contraeletromotriz, que tende a eliminar a corrente nessa espira. Para que o motor continue girando, uma fonte externa deve exercer uma força paralela à corrente na espira, mantendo a corrente na dita cuja. Quando levamos em conta as diferentes forças magnéticas que atuam nos portadores de carga que circulam nessa espira, chegamos ao resultado correto de que o trabalho da força magnética resultante é nulo. Quem fornece energia de rotação para a espira girante não é o campo magnético, é o agente externo que mantém a corrente no motor.